

Министерство образования и науки РФ
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Институт физики
Кафедра радиоэлектроники

Г.Г. Куштанова

Подземная гидромеханика
Конспект лекций

Казань 2014

Подземная гидромеханика. Институт физики, кафедра радиоэлектроники.

Направление: 011800.68 «Радиофизика»

Учебный план: «Радиофизические методы по областям применения (Радиофизические измерения)», очное, 2014

Дисциплина: Подземная гидромеханика (магистратура 2 год, очное обучение)

Количество часов: 72 ч. (в том числе: лекции - 14, лабораторные работы - 14, самостоятельная работа -44), форма контроля: зачет

Аннотация: Курс предназначен для изучения гидродинамической теории фильтрации жидкостей и газов в пористых средах и трещиновато-пористых средах, стационарной и нестационарной фильтрации, двухфазной фильтрации, особенностей фильтрации неньютоновских жидкостей. Даются примеры решения задач. Особое внимание уделяется методу гидродинамического исследования пластов с помощью КВД-КПД с использованием лицензированного специализированного ПО Сапфир.

Темы: 1. Математические модели однофазной фильтрации. 2. Одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости и газа в пористой среде. 3. Приток жидкости к несовершенным и горизонтальным скважинам. 4. Неустановившееся движение упругой жидкости и газа в упругом пласте. 5. Нестационарная фильтрация упругой жидкости и газа в пористой среде. 6. Движение границы раздела при взаимном вытеснении жидкостей. 7. Основы теории фильтрации многофазных систем. 8. Особенности фильтрации неньютоновской жидкости. 9. Современные методы анализа нестационарных режимов. 10. Анализ кривых восстановления и падения давления с помощью специализированного ПО Сапфир.

Ключевые слова: фильтрация жидкостей и газов, пористые и трещиновато-пористые среды, гидродинамические исследования, скин, производная Бурдэ, диагностический график.

Автор курса: Куштанова Галия Гатинишна, докт. физ.-мат. наук, доцент по специальности, доцент кафедры радиоэлектроники, тел.: (843)233-71-72, email:

Galya.Kushtanova@kpfu.ru

Электронная версия курса: <http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=1358>

Дата начала эксплуатации: 01.12. 2014 (ориентировочно)

Доступность: записанные на курс пользователи

Язык интерфейса: русский

Оглавление

ЛЕКЦИЯ 1. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ	6
Математические модели однофазной фильтрации.....	8
Граничные условия	12
Вопросы и задания	13
ЛЕКЦИЯ 2. ОДНОМЕРНАЯ УСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ	13
Одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости и газа в пористой среде.....	15
Аналогия между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа.	19
Плоскорадиальный поток совершенного газа.....	19
Плоскорадиальный фильтрационный поток несжимаемой жидкости и газа по двучленному закону фильтрации.	21
Плоскорадиальный поток в неоднородных пластах.....	23
Вопросы и задания	26
ЛЕКЦИЯ 3. ПРИТОК ЖИДКОСТИ К НЕСОВЕРШЕННЫМ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ.....	26
Виды несовершенства скважин. Скин-эффект.	28
Горизонтальные скважины.....	31
Вопросы и задания	34
ЛЕКЦИЯ 4. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В УПРУГОМ ПЛАСТЕ.....	34
Неустановившееся движение упругой жидкости и газа в упругом пласте.....	36
Плоскорадиальный фильтрационный поток упругой жидкости.....	38
Интерференция скважин в условиях упругого режима.	40
Метод последовательной смены стационарных состояний.....	42
Вопросы и задания	44
ЛЕКЦИЯ 5. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ	44
Определение коллекторских свойств пласта по данным исследования скважин при упругом режиме.....	46

Метод Хорнера	48
Вопросы и задания	50
ЛЕКЦИЯ 6. ДВИЖЕНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ПРИ ВЗАИМНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ	51
Вытеснение нефти водой	52
Прямолинейно-параллельное вытеснение нефти водой	52
Плоскорадиальное вытеснение нефти водой	55
Вопросы и задания	58
ЛЕКЦИЯ 7. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ	58
Математическая модель двухфазной фильтрации	60
Классическая задача Бакли-Лeverетта	64
Определение фронтальной насыщенности	72
Определение средней насыщенности в безводный период добычи.	72
Расчет коэффициента нефтеотдачи	73
Вопросы и задания	74
ЛЕКЦИЯ 8. ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ	75
Классификация неньютоновских жидкостей	76
Вопросы и задания	80
ЛЕКЦИЯ 9. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ	80
Типы фильтрационных потоков.	81
Производные давления и их использование при анализе результатов исследования скважин. Производная Бурдэ.	84
Влияние ствола скважины	86
Вопросы и задания	90
ЛЕКЦИЯ 10. Анализ кривых восстановления и падения давления с помощью специализированного ПО Сапфир	90
Скважина с трещиной ГРП	92
Границы	93

Замкнутый пласт.	96
Фильтрация в трещиновато-пористых коллекторах.....	99
Радиально-композитная модель.....	103
Вопросы и задания	104
Информационные источники	104
Глоссарий	106
Вопросы к зачету:	111
Примеры решения задач	114

ЛЕКЦИЯ 1. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Аннотация. В данной лекции рассматриваются основные понятия: пористая среда, скорость фильтрации, закон фильтрации, сжимаемость и т.п. Дано математическое описание процесса фильтрации на основе законов сохранения.

Вводится функция Лейбензона. Описаны основные типы граничных условий.

Ключевые слова: закон фильтрации, функция Лейбензона, коэффициент сжимаемости жидкости.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы.

Источники информации:

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с. 5-9.
http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- С.77-99.
3. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика/ И.А. Чарный.- М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006.- с.31-47.
4. Басниев К.С.. Нефтегазовая гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с. 388-409.

<http://www.ngpedia.ru/>

<http://www.effects.ru/science/162/index.htm>

<http://cyberleninka.ru/article>

Глоссарий

Пористость однородного пустотного пространства –это отношение объема пустот образца пористой среды ко всему объему образца $m = V_H/V$.

Скорость фильтрации

$$w = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\rho \Delta\omega}$$

Подчеркнем, что массовый расход в определении делится на полную площадь $\Delta\omega$, а не на ее часть, занятую порами. Поэтому, очевидно, что скорость фильтрации не является действительной средней скоростью движения в живом сечении фильтрационного потока.

Проницаемость - способность горных пород фильтровать сквозь себя флюиды при наличии перепада давления.

Вязкость (внутреннее трение)— одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Гипотеза сплошности, согласно которой изучаемые объекты считаются заполняющими всю область непрерывным образом.

Коэффициент сжимаемости жидкости

$$\beta_{\text{ж}} = -\frac{1}{V_{\text{ж}}} \frac{dV_{\text{ж}}}{dp}$$

коэффициент упругости (сжимаемости) породы

$$\beta_{\text{с}} = -\frac{1}{V} \frac{dV_{\text{п}}}{dp}$$

Вопросы для изучения:

1. Уравнение неразрывности.
2. Уравнение движения.
3. Модели однофазной фильтрации по закону Дарси в недеформируемом пласте.
4. Функция Лейбензона.
5. Зависимость параметров флюидов и пористой среды от давления.

Введение

Подземная гидромеханика – наука о движении жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых горных породах. Изучая фильтрационные потоки, она служит теоретической основой разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений.

Скопления нефти и газа связаны с вмещающими горными породами (пластами)- пористыми и проницаемыми образованиями, имеющими непроницаемые кровлю и подошву. Движение жидкостей и газов через пористые или трещиноватые среды называется фильтрацией.

Начало развитию подземной гидромеханики было положено французским инженером А. Дарси (1803-1858 гг.), который в процессе работы над проектом водоснабжения г. Дижона (Франция) провел многочисленные опыты по изучению фильтрации воды через вертикальные песчаные фильтры.

Выдающийся вклад в развитие теории фильтрации в нефтегазоводоносных пластах внесли советские ученые: Л.С. Лейбензон (1879-1951 гг.) – основатель советской школы ученых и специалистов, занимающихся развитием теории фильтрации применительно к проблемам разработки нефтяных и газовых месторождений, академик С.А. Христианович, профессора Б.Б. Лапук, И.А. Чарный, В.Н. Щелкачев.

Огромное значение для развития технологий нефтеотдачи сыграли работы по теории фильтрации крупнейшего американского специалиста М. Маскета и работы С. Бакли и М. Леверетта по основам теории двухфазной фильтрации.

Математические модели однофазной фильтрации

Поровое пространство осадочных горных пород – сложная система сообщающихся между собой пустот. Пористость определяется как отношение объема пустот к общему объему образца. Размеры пор составляют единицы или десятки мкм. Различают открытую или эффективную пористость - пористость, доступную для свободных флюидов, исключая закрытую пористость и поровое пространство, занятое связанной водой и рассеянными глинистыми частицами.

Флюиды занимают в породе межзерновые пустоты (поры), образующиеся за счёт неполного контакта твёрдых частиц, слагающих горную породу, а также

каверны и трещины, образующиеся в горной породе за счёт внешних воздействий или в результате постседиментационных процессов. По этим особенностям коллекторы можно разделить на два вида: поровые и трещинные.

Движение флюида происходит с очень малыми скоростями порядка мкм в секунду

При исследовании фильтрационных течений удобно отвлечься от размеров пор и их формы, допустив, что флюид движется сплошной средой, заполняя весь объём пористой среды, включая пространство, занятое скелетом породы.

Предположим, что через поверхность F пористой среды протекает объёмный расход флюида

$$Q = \bar{w} F_n$$

где \bar{w} – действительная средняя скорость жидкости; F_n – площадь пор.

Площадь сечения пор связана с полной поверхностью через просветность, а для сред неупорядочной структуры справедливо допущение о равенстве просветности и пористости. Следовательно,

$$Q = \bar{w} m F.$$

Величина

$$u = \bar{w} m$$

называется **скоростью фильтрации** и определяет переток флюида, осреднённый по площади. Так как $m < 1$, то скорость фильтрации всегда меньше средней.

Физический смысл скорости фильтрации заключается в том, что при этом рассматривается некоторый фиктивный поток, в котором:

- расход через любое сечение равен реальному расходу,
- поле давлений идентично реальному потоку,
- сила гидравлического сопротивления равна силе сопротивления реального потока.

В качестве наиболее часто используемого и разработанного метода описания физических процессов в подземной гидродинамике применяется

макроскопический, в основе которого лежит гипотеза сплошности, законы и методы механики сплошной среды. В механике сплошных сред основными законами сохранения являются законы сохранения массы, импульса, момента импульса, энергии. Для описания специфических свойств сплошной среды, к законам сохранения добавляют определяющие уравнения и законы, например, закон Гука в теории упругости.

Математические модели изотермической однофазной фильтрации в изотропной пористой среде включают закон сохранения массы, закон сохранения импульса в виде закона фильтрации Дарси, определяющие уравнения в виде зависимости плотности, пористости, проницаемости, вязкости от давления [1,5,6]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial m\rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{w} &= 0, \\ \vec{w} &= -\frac{k}{\mu}(\operatorname{grad} p + \rho \vec{f}), \\ \rho &= \rho(p), \quad m = m(p), \quad k = k(p), \quad \mu = \mu(p),\end{aligned}\tag{1}$$

где p – давление, t – время, m – пористость, k – проницаемость, ρ – плотность, μ – вязкость, f – вектор объемных (массовых) сил.

Модель однофазной фильтрации по закону Дарси в недеформируемом пласте:

$$\begin{aligned}\rho &= \operatorname{const}, \quad m = \operatorname{const}, \quad k = \operatorname{const}, \quad \mu = \operatorname{const}, \\ \operatorname{div} \vec{w} &= 0, \\ \vec{w} &= -\frac{k}{\mu}(\operatorname{grad} p + \rho \vec{f}).\end{aligned}\tag{2}$$

Подставим закон Дарси в уравнение неразрывности, в результате получим

$$\operatorname{div} \left(-\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \right) = -\frac{k}{\mu} \operatorname{div} \operatorname{grad} p = -\frac{k}{\mu} \Delta p = 0.$$

Следовательно, систему (2) в пренебрежении массовыми силами можно переписать в виде [3]

$$\begin{aligned}\Delta p &= 0, \\ \vec{w} &= -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p.\end{aligned}\tag{3}$$

Система уравнений (3) задает математическую модель фильтрации вязкой несжимаемой жидкости в недеформируемой изотропной пористой среде.

Математическая модель фильтрации вязкой сжимаемой жидкости в недеформируемой изотропной пористой среде без учета силы тяжести в общем виде определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial m\rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{w} &= 0, \\ \vec{w} &= -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p, \\ \rho &= \rho(p).\end{aligned}\tag{4}$$

Подставим закон Дарси в уравнение неразрывности:

$$m \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\rho \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p \right) = m \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \operatorname{div} \rho \operatorname{grad} p = 0.$$

Введем функцию P , которая называется функцией Лейбензона:

$$\operatorname{grad} P = \rho \operatorname{grad} p.$$

Равенство $P = \int \rho dp + \text{const}$ позволяет определить явный вид функции

Лейбензона при заданном уравнении состояния $\rho = \rho(p)$.

После введения функции Лейбензона систему уравнений можно переписать в виде [1,5,6]:

$$\begin{aligned}m \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \Delta P &= 0, \\ \vec{w} &= -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P, \\ P &= \int \rho dp + \text{const}, \\ \rho &= \rho(p).\end{aligned}\tag{5}$$

Если проницаемость и вязкость тоже предполагаются зависящими от давления, то используют обобщенную функцию Лейбензона:

$$P = \int \frac{k(p)}{\mu(p)} \rho(p) dp + \text{const}.$$

Уравнение состояния упругой слабосжимаемой жидкости при небольших перепадах давления обычно используют в виде

$$\rho = \rho_0 [1 + \beta_{\text{ж}} (p - p_0)],$$

где $\beta_{ж}$ – коэффициент сжимаемости жидкости.

По данным В.Н. Щелкачева [14] для нефтей отечественных месторождений коэффициент сжимаемости лежит в диапазоне $(7-30) \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, пластовых вод $(2.7-5) \cdot 10^{-10} \cdot \text{Па}^{-1}$.

Изменение пористости выражается соотношением $m = m_0 + \beta_c (p - p_0)$, где β_c – коэффициент сжимаемости скелета пласта. Для зернистых пористых сред коэффициент составляет $(0.3-2) \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

Для природных газов в качестве уравнения состояния часто используют уравнение состояния совершенного газа (уравнение Менделеева -Клапейрона) $p = \rho RT$, где R – газовая постоянная, T – температура в градусах Кельвина. Для изотермических процессов уравнение состояния совершенного газа

используют в виде $p = \frac{\rho_{ат}}{\rho_{ам}} p$.

Для газовых месторождений с большими пластовыми давлениями (порядка 40-60 МПа) используется уравнение состояния реального газа $p = z \rho RT$, где z – коэффициент сверхсжимаемости газа.

Чтобы получить решение системы уравнений, к ним необходимо добавить начальные и граничные условия.

Если в начальный момент пласт не возмущен, то начальное условие при $t=0$ имеет вид $p = p_0 = const$.

Граничные условия

Возможны следующие граничные условия.

1. На внешней границе Γ :

- а. постоянное давление $p(\Gamma, t) = p_k$, т.е. граница является контуром питания;
- б. постоянный переток через границу при выполнении закона Дарси $w_n = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} = const$, где n – нормаль к границе Γ ;
- с. переменный переток через границу $\frac{\partial p}{\partial n} = f(t)$;

d. замкнутая внешняя граница $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$.

2. На внутренней границе (при плоскорадиальной фильтрации):

a. постоянное давление на забое скважины радиусом r_c

$$p(r, t) = p_c \quad \text{при} \quad r = r_c;$$

b. переменное давление на забое скважины радиусом r_c

$$p(r, t) = p_c(t) \quad \text{при} \quad r = r_c;$$

c. постоянный дебит при выполнении закона Дарси

$$Q = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} 2\pi r h \quad \text{при} \quad r = r_c$$

$$\text{или} \quad r \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{Q\mu}{2\pi r h k};$$

d. переменный дебит $r \frac{\partial p}{\partial r} = f(t)$ при $r = r_c$;

e. отключение скважины $r \frac{\partial p}{\partial r} = 0$ при $r = r_c$.

Вопросы и задания

1. Отличие общей пористости от эффективной.
2. Отличие скорости фильтрации от истинной скорости частиц.
3. Функция Лейбензона.
4. Определение коэффициента сжимаемости жидкости и скелета пласта.
Характерные значения.
5. Типы граничных условий.

ЛЕКЦИЯ 2. ОДНОМЕРНАЯ УСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Аннотация. В данной лекции рассматривается одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости и газа в линейной и радиальной геометрии. Выводится формула Дюпюи. Метод меченных частиц. Проводится аналогия между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа. Приводится вид индикаторной диаграммы в случае двучленного закона фильтрации, способ ее

обработки. Даны выражения осредненных гидродинамических характеристик для неоднородного пласта.

Ключевые слова: формула Дюпюи, индикаторная диаграмма, двучленный закон фильтрации, коэффициент продуктивности, неоднородный пласт.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы. Затем можно приступать к решению задач, обращая внимание на физическое содержание условий и единицы размерностей.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.9-24. с.

http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf

2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.100-146.

3. Басниев К.С.. Нефтегазовая гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с. 410-457.

http://www.pereplet.ru/nauka/Soros/pdf/9802_121.pdf

<http://www.neftrus.com/rnm-.html>

<http://neft-gazedu.ru/index.php/gidrodinamicheskie-metody-issledovaniya-neftyanykh-skvazhin>

Глоссарий

Индикаторная линия – график функциональной зависимости дебита скважины от приложенной депрессии.

Формула Дюпюи $Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}$ - выражение для дебита несжимаемой

жидкости из недеформируемого пласта на установившемся режиме.

Вопросы для изучения:

1. Прямолинейно-параллельная фильтрация несжимаемой жидкости.
2. Плоскорадиальная фильтрация несжимаемой жидкости.
3. Аналогия между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа.
4. Плоскорадиальный поток в неоднородных пластах.

Одномерная установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости и газа в пористой среде

Пусть имеем в круговом пласте толщиной h и радиуса R_K центральную скважину радиуса r_c , на забое которой поддерживается постоянное давление. На боковой поверхности также поддерживается постоянное давление p_K , и через нее происходит приток флюида, равный дебиту скважины. Поэтому фильтрация установившаяся. При плоскорадиальной симметрии задачи система уравнений (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dp}{dr} \right) &= 0, \\ w &= -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \end{aligned} \tag{6}$$

Проинтегрируем первое уравнение $r \frac{dp}{dr} = C$, разделяя переменные, получим

$$dp = C \frac{dr}{r}. \text{ Проинтегрируем последнее выражение, будем иметь } \int_p^{p_K} dp = \int_{r_c}^{R_K} C \frac{dr}{r}.$$

Используя граничное условие на контуре питания $p=p_K$, получим

$$p_K - p = C \ln \frac{R_K}{r}.$$

Можно проинтегрировать и с другим граничным условием $p=p_c$ на $r=r_c$,

тогда $p - p_c = C \ln \frac{r}{r_c}$. Оба выражения эквивалентны.

Чтобы найти константу C , умножим формулу для скорости фильтрации на площадь боковой поверхности цилиндра произвольного радиуса r :

$$2\pi rhw = 2\pi rh \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad \text{или} \quad Q = 2\pi h \frac{k}{\mu} C. \quad \text{Из последнего соотношения следует}$$

$$C = \frac{Q\mu}{2\pi hk}. \quad \text{Подставляя найденное значение постоянной интегрирования,}$$

получим формулы для распределения давления в пласте

$$p = p_K - \frac{Q\mu}{2\pi hk} \ln \frac{R_K}{r} \quad \text{и} \quad p = p_c + \frac{Q\mu}{2\pi hk} \ln \frac{r}{r_c}, \quad \text{а также выражение для}$$

объемного дебита пласта (скважины)

$$Q = \frac{2\pi hk}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (7)$$

Равенство (7) называется формулой Дюпюи, по имени ее автора – французского инженера–гидравлика. С помощью формулы Дюпюи равенства для распределения давления можно преобразовать к виду

$$p = p_c + \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c} \quad \text{и} \quad p = p_K - \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}. \quad (8)$$

Из формул (8) следует, что давление в пласте распределено по логарифмическому закону. Давление изменяется резко около скважины и незначительно у контура питания. Формулы (8) в пространстве определяют поверхности, которые созданы вращением образующей вокруг оси симметрии скважины. Поверхность, соответствующая распределению давления, носит название воронки депрессии.

Для прикладных исследований при определении характеристик пласта по методу установившихся отборов строится индикаторная линия, которая представляет собой график зависимости расхода от разности давлений на

контуре питания и на забое скважины (депрессии). Уравнение индикаторной линии при плоскорадиальном потоке задается уравнением прямой

$$Q = \frac{2\pi hk}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} = C \Delta p$$

с коэффициентом продуктивности

$$C = \frac{2\pi hk}{\mu} \frac{1}{\ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (9)$$

Угол наклона индикаторной линии показывает насколько изменяется дебит пласта при изменении депрессии на единицу.

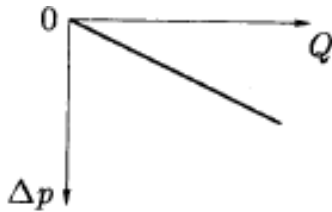


Рис. 1. Индикаторная линия для потока несжимаемой жидкости по закону Дарси.

Еще одна промысловая задача связана с определением времени движения в пласте «**меченых частиц**». С целью определения фильтрационных и емкостных параметров нефтегазового пласта в фильтрационный поток добавляют изотопы некоторых атомов и другие частицы, которые можно идентифицировать в потоке с помощью специальных методов [6]. Время движения «меченых частиц» определяется с помощью определения истинной средней скорости

$$\frac{dr}{dt} = v = \frac{w}{m} = \frac{Q}{2\pi rhm}. \quad (10)$$

Разделив переменные и проинтегрировав от 0 до произвольного момента времени t_1 и от радиуса контура питания до r_1 , получим

$$\int_0^{t_1} dt = \frac{2\pi hm}{Q} \int_{R_K}^{r_1} r dr, \text{ из которого следует } t_1 = \frac{\pi hm}{Q} (R_K^2 - r_1^2). \text{ Или, после}$$

использования формулы Дюпюи, найдем

$$t_1 = \frac{\mu m \ln(R_K / r_c)(R_K^2 - r_1^2)}{2k(p_K - p_c)}.$$

В частности, «меченая частица» пройдет от контура питания до скважины за

$$\text{время } T = \frac{\mu m \ln(R_K / r_c)(R_K^2 - r_c^2)}{2k(p_K - p_c)} \approx \frac{\mu m \ln(R_K / r_c) R_K^2}{2k(p_K - p_c)}.$$

Определим средневзвешенное по поровому пространству давление при плоскорадиальной фильтрации. Элемент объема в цилиндрических координатах запишется как $dV = dz * d\varphi * r dr$.

$$\tilde{p} = \frac{1}{V_{\Pi}} \int dV_{\Pi} = \frac{1}{\pi h m (R_k^2 - r_c^2)} \int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{r_c}^{R_k} \left[p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r} \right] m r dr$$

$$\tilde{p} = \frac{1}{R_k^2 - r_c^2} \left(\int_{r_c}^{R_k} \left[p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln R_k \right] r dr + \int_{r_c}^{R_k} \left[\frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} r \ln r \right] dr \right).$$

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln R_k + \\ &+ \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \left[\frac{R_k^2}{2} \ln R_k - \frac{r_c^2}{2} \ln r_c - \frac{1}{4} (R_k^2 - r_c^2) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln R_k + \\ &+ \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \left[\frac{R_k^2}{2} \ln R_k - \frac{r_c^2}{2} \ln R_k + \frac{r_c^2}{2} \ln R_k - \frac{r_c^2}{2} \ln r_c - \frac{1}{4} (R_k^2 - r_c^2) \right] = \\ &= p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln R_k + \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \frac{R_k^2 - r_c^2}{2} \ln R_k + \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \frac{r_c^2}{2} \ln \frac{R_k}{r_c} - \\ &- \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \frac{1}{4} (R_k^2 - r_c^2). \end{aligned}$$

$$\tilde{p} = p_k + \frac{r_c^2}{R_k^2 - r_c^2} (p_k - p_c) - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R_k}{r_c}}.$$

Поскольку $R_k \gg r_c$, то вторым слагаемым можно пренебречь и переписать выражение в виде

$$\tilde{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (11)$$

Аналогия между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа.

Системы уравнений фильтрации несжимаемой жидкости и газа имеют следующий вид:

<i>для жидкости</i>	<i>для газа</i>
$\operatorname{div} \vec{w} = 0$	$\operatorname{div} \rho \vec{w} = 0$
$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p$	$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p$
$\rho = \text{const}$	$\rho = \rho(p)$

Перейдя к функции Лейбензона, получим

<i>для жидкости</i>	<i>для газа</i>
$\operatorname{div} \vec{w} = 0$	$\Delta P = 0$
$\vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p$	$\rho \vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P$
$\rho = \text{const}$	$P = \int \rho dp$
	$\rho = \rho(p)$

(12)

Напомним, что уравнение состояния газа считается известным. Из сравнения двух первых уравнений в моделях видно, что они эквивалентны с точностью до замены давления p на функцию Лейбензона P и скорости фильтрации w на массовую скорость фильтрации ρw . Таким образом, если геометрия пласта, начальные и граничные условия в постановке задач совпадают, то и решения совпадают. Если в полученных ранее решениях для одномерных фильтрационных течений несжимаемой жидкости произвести указанную замену функций, то полученные решения будут справедливы для фильтрации газа. Однако, чтобы получить явный вид выражений при фильтрации газа, необходимо задать уравнение состояния.

Плоскорадиальный поток совершенного газа.

Используя аналогию между фильтрацией несжимаемой жидкости и газа, заменим давление на функцию Лейбензона, скорость фильтрации на массовую скорость фильтрации и объемный дебит на массовый. В результате получим

$$P = P_K - \frac{P_K - P_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad \rho w = \frac{Q_m}{2\pi k h} \frac{1}{r}, \quad Q_m = \frac{2\pi h k}{\mu} \frac{P_K - P_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (13)$$

Заменяя в равенствах (10) функцию Лейбензона на ее представление для совершенного газа, будем иметь

$$p^2 = p_K^2 - \frac{p_K^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad \rho w = \frac{Q_m}{2\pi k h} \frac{1}{r}, \quad (14)$$

$$Q_m = \frac{2\pi h k}{\mu} \frac{p_K^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}}.$$

Сравнение кривых распределения давления в пласте при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости и газа показывает, что в газовом пласте давление изменяется медленнее вблизи контура питания и резче вблизи скважины. Для получения объемного дебита в атмосферных условиях массовый дебит делят на плотность газа в атмосферных условиях

$$Q_{am} = \frac{Q_m}{\rho_{am}} = \frac{2\pi h k}{\mu \rho_{am}} \frac{p_K^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}}.$$

Индикаторная линия для газовых скважин строится как график зависимости объемного дебита от величины $p_K^2 - p_c^2$ (рис.2).

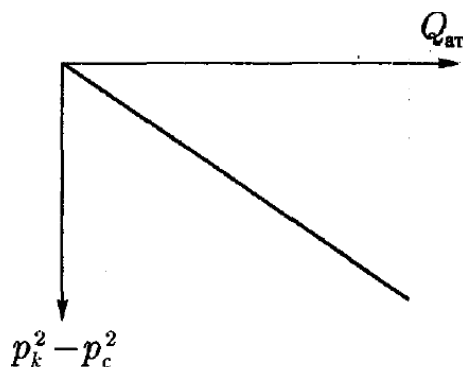


Рис. 2. Индикаторная кривая газовой скважины.

Плоскорадиальный фильтрационный поток несжимаемой жидкости и газа по двучленному закону фильтрации.

Математические модели фильтрации в этом случае имеют вид [1,5,6]:

$$\begin{array}{ll}
 \text{для жидкости} & \text{для газа} \\
 \operatorname{div} \vec{w} = 0, & \operatorname{div} \rho \vec{w} = 0, \\
 \operatorname{grad} p = -\frac{\mu}{k} \vec{w} - \beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} |\vec{w}| \vec{w}, & \operatorname{grad} p = -\frac{\mu}{k} \vec{w} - \beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} |\vec{w}| \vec{w}, \\
 \rho = \text{const}, & \rho = \rho(p),
 \end{array} \quad (15)$$

где β – константа пористой среды, определяемая экспериментально.

С помощью функции Лейбензона допускается установление аналогии между фильтрацией жидкости и газа и при нелинейном законе фильтрации.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Для жидкости} & \text{Для газа} \\
 \Delta p = 0 & \Delta P = 0 \\
 \vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p & \rho \vec{w} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} P \\
 \rho = \text{const} & P = \int \rho dp \\
 & \rho = \rho(p)
 \end{array} \quad (16)$$

Уравнение неразрывности для установившегося плоскорадиального потока приводит к постоянству массового расхода $2\pi r w r h = Q_m = \text{const}$.

Из последнего соотношения можно выразить $\rho w = \frac{Q_m}{2\pi h r}$.

Если подставить массовую скорость в закон фильтрации, проинтегрировать в пределах от радиуса контура питания до произвольной точки пласта, то получим

$$P = P_K - \frac{\mu}{k} \frac{Q_m}{2\pi h} \ln \frac{R_K}{r} - \frac{\beta}{\sqrt{k}} \left(\frac{Q_m}{2\pi h} \right)^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_K} \right) \quad (17)$$

$$\text{и } P_c = P_K - \frac{\mu}{k} \frac{Q_m}{2\pi h} \ln \frac{R_K}{r} - \frac{\beta}{\sqrt{k}} \left(\frac{Q_m}{2\pi h} \right)^2 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K} \right).$$

Так как $r_c \ll R_K$, то последним выражением в круглых скобках можно пренебречь.

Перейдем от функции Лейбензона к давлению по формулам:

$$P = \frac{\rho_{am} P^2}{2 p_{am}} + C \text{ - для совершенного газа,}$$

$$P = \rho_0 r \text{ - для несжимаемой жидкости.}$$

Связь между депрессией и расходом для несжимаемой жидкости выражается соотношением

$$p_c = p_k - \frac{\mu}{k} \frac{Q}{2\pi h} \ln \frac{R_k}{r} - \frac{\beta}{\sqrt{k}} \left(\frac{Q}{2\pi h} \right)^2 \frac{1}{r_c}, \quad (18)$$

для совершенного газа –

$$p_c^2 = p_k^2 - \frac{\mu}{k} \frac{Q_{am} p_{am}}{\pi h} \ln \frac{R_k}{r} - \frac{\beta \rho_{am} p_{am}}{2\sqrt{k}} \left(\frac{Q_m}{\pi h} \right)^2 \frac{1}{r_c}. \quad (19)$$

Запишем эти уравнения в ином виде:

для несжимаемой жидкости

$$p_k - p_c = A Q + B Q^2, \quad (20)$$

для газа

$$p_k^2 - p_c^2 = A_1 Q_{am} + B_1 Q_{am}^2. \quad (21)$$

Из этих формул видно, что индикаторные линии, построенные в координатах $Q, \Delta p$ и $Q, \Delta p^2$ соответственно для жидкости и газа, являются параболой. Здесь A, B, A_1, B_1 – коэффициенты фильтрационных сопротивлений, постоянные для данной скважины.

Графики индикаторных диаграмм в координатах $Q, (p_k - p_c)/Q$ и $Q_{am}, (p_k^2 - p_c^2)/Q_{am}$, соответственно, представляют собой прямые линии, для которых $A(A_1)$ – отрезок, отсекаемый на оси ординат, $B(B_1)$ – тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс.

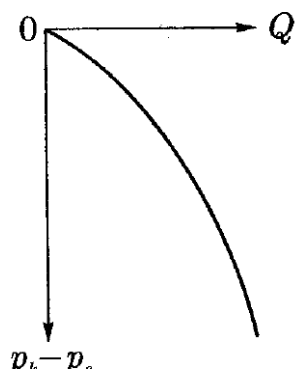


Рис.3. Индикаторная кривая при двухчленном законе фильтрации.

Плоскорадиальный поток в неоднородных пластах.

Слоисто-неоднородный пласт. Пусть круглый горизонтальный пласт толщины h состоит из n пропластков толщиной h_i с проницаемостью k_i пористостью m_i , $i=1,2,\dots,n$.

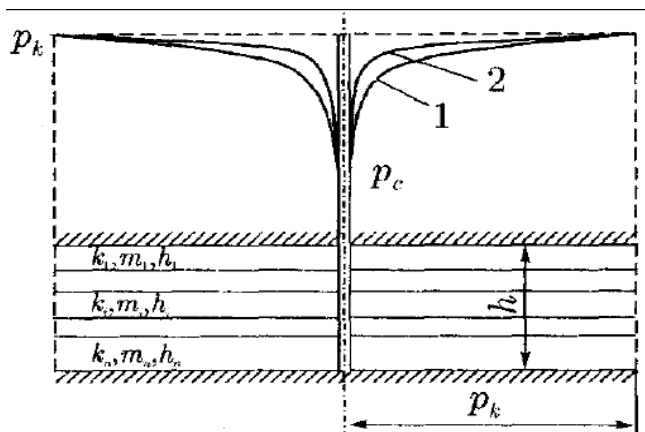


Рис. 4. Кривые распределения давления для жидкости (1) и для газа (2) при плоскорадиальном потоке в слоисто-неоднородном пласте.

В нем происходит установившийся приток к центральной скважине. На контуре питания R_K поддерживается постоянное давление p_K , а на скважине радиуса r_c - постоянное давление p_c . Тогда, при отсутствии перетоков между пропластками, в каждом из них имеем плоскорадиальный поток. При этом формула для распределения установившегося давления будет одинаковой для всех пропластков, а скорость фильтрации и дебит будут в каждом пропластке свои:

$$p(r) = p_K - \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r},$$

$$w_i = -\frac{k_i}{\mu} \frac{dp}{dr} = \frac{k_i}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \frac{1}{r},$$

$$w_i S_i = Q_i = \frac{2\pi k_i h_i}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}.$$
(22)

Дебит всего пласта определяется как сумма дебитов всех пропластков

$$\sum_{i=1}^n w_i S_i = \sum_{i=1}^n Q_i = \frac{2\pi}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \sum_{i=1}^n k_i h_i.$$

Среднее значение проницаемости пласта определяется из условия равенства дебитов слоисто-неоднородного и однородного пластов

$$\frac{2\pi k_{cp} h}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} = \frac{2\pi}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \sum_{i=1}^n k_i h_i$$

и равно $k_{cp} = \sum_{i=1}^n k_i h_i / h,$ (23)

где $h = \sum_{i=1}^n h_i$ - толщина всего пласта.

Формулы для средней проницаемости в слоисто-неоднородном пласте оказываются одинаковыми и при радиальной и при прямолинейно-параллельной фильтрации.

Зонально-неоднородный пласт.

Пусть имеется круглый горизонтальный пласт толщины h , состоящий из n кольцеобразных зон с различной проницаемостью k_i пористостью m_i , $i=1,2,\dots,n$. Граница каждой зоны имеет форму боковой поверхности цилиндра, соосного скважине. На контуре питания R_K поддерживается постоянное давление p_K , а на забое скважины – постоянное давление p_c .

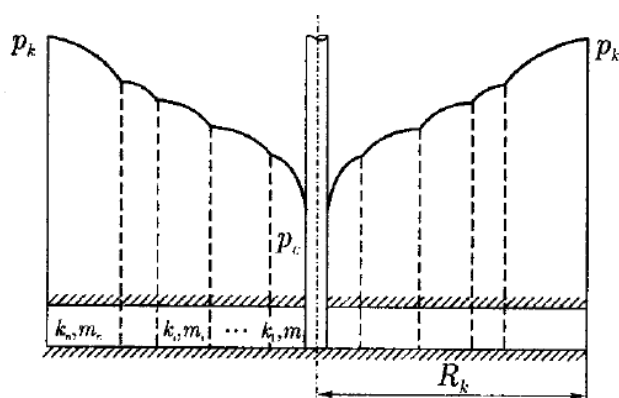


Рис. 5. Кривые распределения давления при плоскорадиальном потоке в кусочно-неоднородном пласте.

В каждой из зон имеется плоскорадиальный установившийся поток, и применимы те же формулы, что и в случае однородного пласта. В качестве давления на контуре питания и на скважине принимаются соответственно, давления на внешней и внутренней границах зон. Для i -ой зоны имеем

$$\begin{aligned} p_i(r) &= p_{i+1} - \frac{p_{i+1} - p_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \ln \frac{r_{i+1}}{r}, \\ w_i &= -\frac{k_i}{\mu} \frac{dp}{dr} = \frac{k_i}{\mu} \frac{p_{i+1} - p_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} \frac{1}{r}, \\ w_i S_i &= Q = \frac{2\pi k_i h}{\mu} \frac{p_{i+1} - p_i}{\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Поскольку сколько втекает в пласт через контур питания, столько и вытекает через скважину, столько же протекает через каждую цилиндрическую границу зон, объемный дебит в каждой зоне будет один и тот же. Сечение пласта на каждом расстоянии от скважины r будет меняться, поэтому скорость фильтрации будет зависеть от r .

Распишем более подробно

$$\begin{aligned} p_K - p_n &= \frac{Q\mu}{2\pi k_n h} \ln \frac{R_K}{r_n}, \\ p_n - p_{n-1} &= \frac{Q\mu}{2\pi k_{n-1} h} \ln \frac{r_n}{r_{n-1}}, \\ &\dots \\ p_2 - p_c &= \frac{Q\mu}{2\pi k_1 h} \ln \frac{r_2}{r_c}, \end{aligned}$$

где $R_K = r_{n+1}$, а $r_c = r_I$. Сложив все равенства, получим

$$p_K - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi h} \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{r_{i+1}}{r_i} \right) / k_i, \text{ из которого следует}$$

$$Q = \frac{2\pi h}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\sum_{i=1}^n (\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}) / k_i} = \frac{2\pi h k_{cp}}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}, \text{ откуда}$$

$$k_{cp} = \ln \frac{R_K}{r_c} / \sum_{i=1}^n (\ln \frac{r_{i+1}}{r_i}) / k_i. \quad (25)$$

Вопросы и задания

1. Что описывает формула Дюпюи.
2. Как определить коэффициент продуктивности пласта.
2. Способ обработки индикаторных диаграмм в случае двучленного закона фильтрации.
3. Что позволяет делать аналогия между фильтрацией несжимаемой жидкости и фильтрацией газа.
4. Какие характеристики сохраняются в каждой из зон при фильтрации жидкости в слоисто-неоднородном и зонально-неоднородном пластах.
5. Выполните задания к теме.

ЛЕКЦИЯ 3. ПРИТОК ЖИДКОСТИ К НЕСОВЕРШЕННЫМ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ

Аннотация. В данной лекции вводится понятие несовершенства скважины и скина. Выводится формула связывающая значение скина и изменения проницаемости околоскважинного пространства. Дается понятие приведенного радиуса скважины. Рассматривается продуктивность горизонтальной скважины.

Ключевые слова: несовершенство скважины, скин, приведенный радиус скважины, горизонтальная скважина.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы. Затем можно приступать к решению задач, обращая внимание на физическое содержание условий и единицы размерностей.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.24-28 с.

http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf

2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.168-190.

<http://сайтнефтегаза.рф/tag/gorizontalnye-skvazhiny/>

<http://lib.znate.ru/docs/index-137465.html?page=8>

Глоссарий

Скин эффект – безразмерный параметр s , определяющий дополнительное фильтрационное сопротивление, вызывающее падение давления в призабойной зоне.

Если скважина с открытым забоем вскрывает пласт не на всю толщину, то ее называют гидродинамически **несовершенной по степени вскрытия пласта**.

Если скважина вскрывает пласт до подошвы, но сообщение с пластом происходит только через специальные отверстия в обсадной колонне или через специальные фильтры, то ее называют гидродинамически **несовершенной по характеру вскрытия пласта**.

Депрессия – разность давлений на контуре питания и на забое скважины.

Призабойная зона — участок пласта, примыкающий к стволу скважины, в пределах которого изменяются фильтрационные характеристики продуктивного пласта в период строительства, эксплуатации или ремонта скважины.

Вопросы для изучения:

1. Виды несовершенства скважин.
2. Скин- эффект.
3. Приток флюида к горизонтальным скважинам..
4. Упругий режим пласта и его особенности.

Виды несовершенства скважин. Скин-эффект.

Скважина называется гидродинамически совершенной, если она вскрывает продуктивный пласт на всю толщину и забой скважины открыт, т.е. вся поверхность забоя является фильтрующей. На практике вблизи скважины имеется небольшая область – призабойная зона, в которой происходит дополнительное падение давления. В этом случае можно записать [1,5]

$$p - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi hk} \left(\ln \frac{r}{r_c} + s \right). \quad (26)$$

Здесь s – скин-эффект – безразмерный параметр, который определяет дополнительное фильтрационное сопротивление, вызывающее падение давления в призабойной зоне. В выражении (26) p_c – не идеальное, а реальное забойное давление.

Если скважина с открытым забоем вскрывает пласт не на всю толщину, ее называют гидродинамически несовершенной по степени вскрытия.

Если скважина вскрывает пласт до подошвы, но сообщение с пластом происходит только через специальные отверстия в обсадной колонне или фильтры, то ее называют гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия.

Нередко встречаются скважины с двойным видом несовершенства. Степень и характер вскрытия определяют фильтрационные сопротивления в призабойной зоне и, в конечном итоге, производительность скважины.

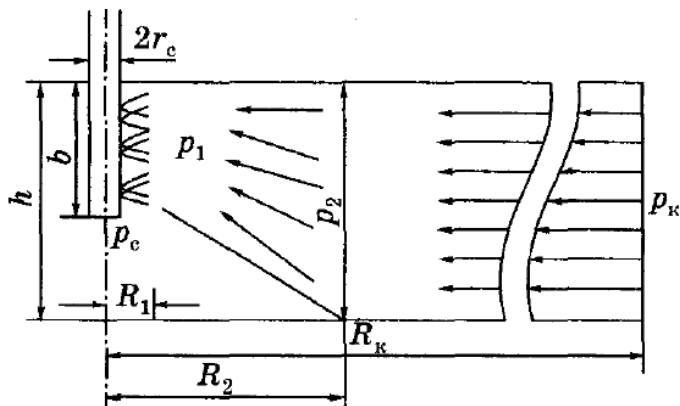


Рис. 6. Схема притока к несовершенным скважинам.

Другой причиной возникновения скин-эффекта являются фильтрационные характеристики призабойной зоны, зачастую существенно отличающиеся от свойств пласта. Загрязнение прискважинной области формируется на протяжении всей жизни скважины – при бурении, цементировании, перфорации, освоении и эксплуатации.

В процессе бурения скважины в пласт внедряется промывочная жидкость, представляющая собой полидисперсную систему, дисперсной фазой которой является глина и частицы выбуренных пород. Дисперсная фаза промывочной жидкости, оставшаяся на стенке скважины 1 (рис.7), образует глинистую корку 2, а проникшая в прискважинную зону – зону кольтматации 3. В процессе вытеснения нефти фильтратом в пласте образуется промытая зона 4 и зона внедрения фильтрата – зона проникновения 5. Наиболее крупные частицы задерживаются на стенке, образуя глинистую корку, а проникшие в пласт, механически задерживаются в местах сужений поровых каналов и на стенках, формируя кольтматирующую среду. Глубина проникновения кольтматанта достигает 20-40 см и более. Проницаемость в зоне кольтматации снижается в среднем на 40%, но может достигать и 100%. Глубина проникновения фильтрата достигает 5 м и более. После обсадки скважины призабойная зона стремится к первоначальному состоянию, промытая зона и зона проникновения практически расформируются, но восстановления природного равновесия не происходит, возникают необратимые изменения, в том числе фазовых проницаемостей.

В процессе эксплуатации добывающей скважины происходит загрязнение призабойной зоны мельчайшими частицами глины и породы, выносимыми фильтрующимися жидкостями, может происходить выпадение асфальтенов и солей.

Кроме указанных факторов на величину скин-эффекта оказывают влияние и многие другие факторы, которые определяются изменением фазового состава,

скоростей фильтрации и называются псевдоскин-факторами. Итоговый скин-эффект является суммой $s = s_{степени} + s_{харак} + s_{пз} + \sum s_{псевдо}$.

Иногда для удобства вводят понятие приведенного радиуса скважины, т.е. радиуса такой совершенной скважины, дебит которой равен дебиту данной несовершенной скважины: $r_c' = r_c \exp(-s)$ (27).

Схематично выделение призабойной зоны в отдельную область фильтрации представлено на рис 8. В предположении несжимаемости флюида можно записать следующие соотношения:

$$Q = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{r_k}{r_c} + s} = \frac{2\pi k h}{\mu} \frac{p_k - p_{пз}}{\ln \frac{r_k}{r_{пз}}} = \frac{2\pi k_{пз} h}{\mu} \frac{p_{пз} - p_c}{\ln \frac{r_{пз}}{r_c}}.$$

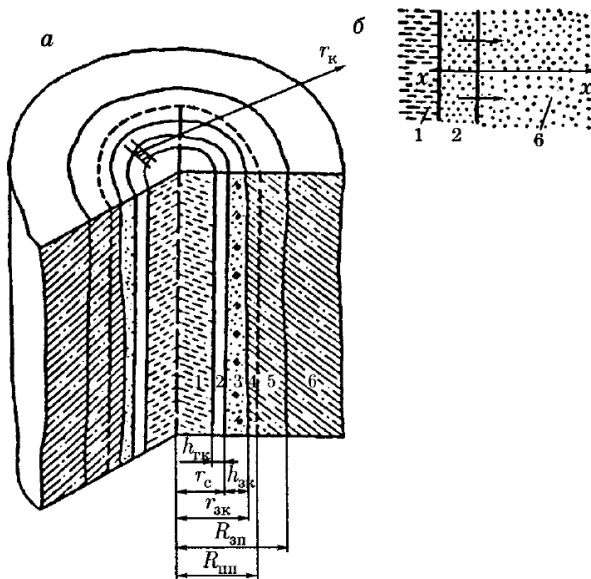


Рис.7. Схема загрязнения призабойной зоны скважины

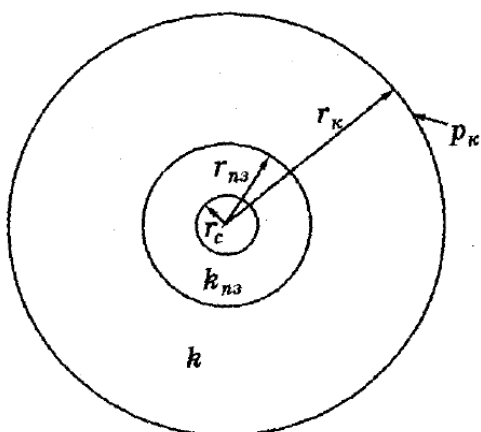


Рис.8. Скважина с концентричной призабойной зоной в центре кругового пласта

Откуда можно найти
$$s = \left(\frac{k}{k_{пз}} - 1 \right) \ln \frac{r_{пз}}{r_c} \quad (28)$$

Если $k_{пз} < k$, то $s > 0$ - призабойная зона загрязнена. Если $k_{пз} > k$, то $s < 0$ - призабойная зона имеет улучшенные свойства по сравнению с пластом. Скорее всего, были применены кислотные обработки призабойной зоны скважины.

Горизонтальные скважины

В связи с ухудшением качества запасов углеводородов в России буровики ищут новые технологии поддержания добычи на достигнутом уровне или обеспечения ее определенного прироста.

В 50-е годы в нашей стране группа специалистов начала разрабатывать и применять специальную технику и технологию бурения многозабойных наклонных и горизонтальных скважин.

Преимущества горизонтальных скважин в ряде случаев очевидны.

Горизонтальная скважина имеет значительно большую область дренирования, чем вертикальная. Особенно проявляется этот эффект в пластах малой продуктивной толщины. Область дренирования горизонтальной скважины можно аппроксимировать объемом достаточно протяженного вдоль напластования эллипсоида, тогда как вертикальная скважина дренирует объем кругового цилиндра. Продуктивность горизонтальной скважины растет с ее длиной. Выигрыш в производительности может быть в 3-5 раз.

Горизонтальные скважины особенно эффективны в месторождениях, содержащих вертикальные трещины. В сильно неоднородных по проницаемости пластах (таких, например, как карстовые залежи) горизонтальные скважины имеют большую вероятность встретить продуктивную зону, чем вертикальные. В плане борьбы с обводнением горизонтальная скважина также имеет преимущества, т.к. эксплуатируется обычно при более низких депрессиях на пласт, что замедляет процесс конусообразования.

Гидродинамические расчеты технологических показателей процесса разработки месторождений горизонтальными и наклонными скважинами не могут быть выполнены при помощи обычных формул, применяемых для расчета взаимодействия вертикальных скважин. Поэтому развитие гидродинамических методов подобных расчетов является в настоящее время актуальной задачей.

Рассмотрим задачу о квазистационарном течении жидкости в пористой среде. Одинокная горизонтальная скважина длиной L дренирует область, ограниченную контуром питания с радиусом R_k . Толщина пласта - h , абсолютная проницаемость - K , динамическая вязкость жидкости - μ , давление на контуре питания - p_k , давление на забое скважины - p_c , приведенный радиус скважины - r_c . Требуется определить дебит скважины.

Наиболее простое решение было предложено Ю.Т.Борисовым и В.П.Табаковым.

Дебит горизонтальной скважины выражается формулой

$$q_r = \frac{2\pi Kh}{\mu} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{4R_k}{L} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2\pi r_c}}$$

Первое слагаемое в знаменателе отражает внешнее фильтрационное сопротивление, второе слагаемое - внутреннее сопротивление скважины.

Внешне фильтрационное сопротивление по форме совпадает с сопротивлением вертикальной скважины, отличаясь лишь тем, что вместо

радиуса скважины r_c используется радиус $r_{\text{эКВ}} = L / 4$. Внутреннее сопротивление горизонтальной скважины принимается по методу эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю.П. Борисова равным внутреннему сопротивлению батареи вертикальных скважин шириной L , расстояние между скважинами $2 \cdot \delta = h$.

Для горизонтальной скважины контур нефтеносности должен иметь эллипсообразный, а не круговой характер.

Joshi S. получил выражение

$$q_r = \frac{2\pi Kh}{\mu} \cdot \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{\frac{L}{2}} + \frac{h}{L} \ln \frac{h}{2r_c}}$$

$$\text{где } a = \frac{L}{2} \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2R_k}{L}\right)^4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

есть большая полуось эллипса, равновеликого по площади кругу с радиусом дренирования R_k . Есть некоторое различие в определении внутреннего сопротивления горизонтальной скважины в формулах Joshi и Борисова. В формуле Joshi внутреннее сопротивление несколько выше, чем в формулах Борисова. На предварительном этапе проектирования, технико-экономического обоснования целесообразности бурения горизонтальных скважин во многих случаях достаточно воспользоваться приближенными расчетами по приведенным выше формулам.

Влияние длины горизонтального ствола однозначно - чем больше длина ствола, тем больше дебит горизонтальной скважины. Однако зависимость дебита от длины L отнюдь не линейна. При прочих равных параметрах с ростом толщины пласта преимущество горизонтальной скважины перед вертикальной по дебиту падает.

При определенных условиях формулы можно упростить. Например, если длина горизонтальной скважины L значительно больше продуктивной толщины пласта h , т. е.

$L \gg h$, то вторым слагаемым в знаменателе можно пренебречь, и она сводится к виду, эквивалентному формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi kh\Delta p}{\mu \left[\ln \left(\frac{4R_K}{L} \right) \right]}$$

Таким образом, дебит достаточно протяженной горизонтальной скважины можно приближенно вычислять по приближенной формуле, т.е. так же как для эквивалентной совершенной вертикальной скважины с приведенным радиусом, равным одной четверти длины L горизонтальной скважины: $r_{np} = L/4$.

Вопросы и задания

1. Что описывает скин-эффект.
2. Как значение скин-фактора связано с приведенным радиусом скважины.
3. В каком соотношении находятся продуктивность вертикальной и горизонтальной скважины.
4. Что определяет дебит горизонтальной скважины.
5. Выполните задания к теме.

ЛЕКЦИЯ 4. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В УПРУГОМ ПЛАСТЕ

Аннотация. В данной лекции изучается модель неустановившейся фильтрации слабо сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде. Выводится основная формула упругого режима. Рассматриваются примеры интерференции скважин. Метод последовательной смены стационарных состояний применяется для определения радиуса исследования скважин.

Ключевые слова: уравнение пьезопроводности, основная формула упругого режима, метод суперпозиции, интерференция скважин, радиус влияния скважины.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. Обратить внимание на физический смысл введенного коэффициента пьезопроводности, на понятие радиуса влияния скважины. После этого следует ответить на теоретические вопросы. Затем можно приступать к решению задач, обращая внимание на физическое содержание условий и единицы размерностей.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.28-36, 38-40. с.
http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.191-224
3. Басниев К.С.. Нефтегазовая гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с. 474-478, 494-499.
4. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика/ И.А. Чарный. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – с.279-283

<http://сайтнефтигаза.рф/tag/gorizontalnye-skvazhiny/>

<http://lib.znate.ru/docs/index-137465.html?page=8>

<http://www.twirpx.com/file/167498/>

Глоссарий

Коэффициент **пьезопроводности** $\kappa = \frac{k}{\mu\beta^*}$ пласта характеризует скорость перераспределения пластового давления при неустановившейся фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде.

Вопросы для изучения:

1. Математическая модель неустановившейся фильтрации упругой жидкости в упругом пласте.
2. Вывод дифференциального уравнения фильтрации упругой жидкости в упругом пласте.
3. Одномерные фильтрационные потоки упругой жидкости.
4. Точные решения уравнения пьезопроводности.
5. Основная формула теории упругого режима.
6. Метод последовательной смены стационарных состояний

Неустановившееся движение упругой жидкости и газа в упругом пласте.

Для неустановившихся процессов характерно перераспределение пластового давления, изменение во времени скоростей фильтрации, дебитов скважин и т.п. Количественные характеристики неустановившихся процессов зависят от упругих свойств пластов и насыщающих их жидкостей. Основной формой пластовой энергии, обеспечивающей приток жидкости к скважинам на рассматриваемых режимах, является энергия упругой деформации жидкостей и твердого скелета пласта.

При пуске скважины в эксплуатацию в условиях упругого режима движение жидкости начинается за счет использования потенциальной энергии упругой деформации пласта и жидкости сначала в окрестности забоя, затем и в более удаленных областях. При снижении пластового давления упругое противодействие пласта вышележащему горному массиву уменьшается, это приводит к уменьшению объема порового пространства, что в свою очередь увеличивает сжатие жидкости. Несмотря на то, что коэффициенты объемной упругой деформации жидкости и скелета пласта очень малы, но зато велики объемы пласта, объемы жидкости, извлекаемой за счет упругости, могут быть весьма значительны.

В некоторых случаях приток жидкости к скважинам поддерживается и напором воды, поступающей в пласт из области питания или специально

нагнетаемой в пласт через нагнетательные скважины в случае разработки месторождения способом заводнения.

Математическая модель неустановившейся фильтрации упругого флюида, подчиняющегося закону Дарси, в деформируемой пористой среде имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial m\rho}{\partial t} - \Delta P &= 0, \\ \rho \vec{w} &= -\text{grad}P, \\ \rho &= \rho_0[1 + \beta_{\text{ж}}(p - p_0)], \\ m &= m_0 + \beta_c(p - p_0), \\ k &= \text{const}, \quad \mu = \text{const}, \quad P = \frac{k}{\mu} \int \rho dp.\end{aligned}\tag{29}$$

Подставив в первое уравнение функцию Лейбензона, получим

$$\frac{\partial m\rho}{\partial t} - \frac{k}{\mu} \Delta \int \rho dp = 0.$$

Вычислим произведение $\rho m = \rho_0 m_0 + \rho_0 m_0 \beta_{\text{ж}}(p - p_0) + \rho_0 \beta_{\text{ж}} \beta_c (p - p_0)^2$.

Последним слагаемым ввиду его малости по сравнению с другими слагаемыми, можно пренебречь, тогда

$$\rho m = \rho_0 m_0 [1 + \beta^*(p - p_0)/m_0].$$

Откуда после дифференцирования по времени t находим

$$\frac{\partial \rho m}{\partial t} = \rho_0 \beta^* \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Преобразуем правую часть равенства

$$\frac{k}{\mu} \Delta \int \rho dp = \frac{k}{\mu} \Delta \left(\rho_0 p + \rho_0 \beta_{\text{ж}} \left(\frac{p^2}{2} - p_0 p \right) + C \right).$$

Снова учитывая, что жидкость слабосжимаемая и коэффициент $\beta_{\text{ж}}$ мал, пренебрежем вторым слагаемым и в результате получим

$$\frac{k}{\mu} \Delta \int \rho dp = \frac{k}{\mu} \rho_0 \Delta p.$$

Подставив в исходное уравнение, получим дифференциальное уравнение относительно давления:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \Delta p, \quad \kappa = \frac{k}{\mu \beta^*}.\tag{30}$$

Уравнение (30) – основное уравнение теории упругого режима фильтрации.

По предложению Н.В.Щелкачева [6] оно названо уравнением

пьезопроводности. Оно относится к уравнениям типа теплопроводности.

Коэффициент κ , характеризующий скорость перераспределения пластового давления при неустановившейся фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде, Н.В.Щелкачев назвал коэффициентом пьезопроводности.

Размерность коэффициента пьезопроводности: $[\kappa] = \frac{L^2}{T}$. Наиболее часто встречающиеся значения коэффициента пьезопроводности заключены в пределах $0.1-5 \text{ м}^2/\text{с}$.

Отметим, что уравнение пьезопроводности применимо только для слабосжимаемой жидкости, для которой $\beta_*(p - p_0) < 1$.

Плоскорадиальный фильтрационный поток упругой жидкости.

Пусть в неограниченном горизонтальном пласте постоянной толщины h имеется добывающая скважина нулевого радиуса (точечный сток). Начальное пластовое давление во всем пласте одинаково и равно p_k . В момент времени $t=0$ скважина пущена в эксплуатацию с постоянным объемным дебитом Q_0 .

Распределение давления в пласте определяется интегрированием уравнения, которое в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (31)$$

Начальные и граничные условия задачи следующие:

$$\begin{aligned} p(r, t) &= p_k \quad \text{при} \quad t = 0; \\ p(r, t) &= p_k \quad \text{при} \quad t > 0, r \rightarrow \infty; \\ Q &= \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = Q_0 = \text{const} \quad \text{при} \quad t > 0, r = 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Последнее условие перепишем в виде

$$\left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0} = \frac{Q_0 \mu}{2\pi kh}.$$

Используя анализ размерностей, можно показать, что задача автомодельна, т.е. из аргументов, от которых зависит давление, можно составить один безразмерный комплекс $\xi = \frac{r}{2\sqrt{\kappa t}}$, от которого будет зависеть искомая функция

$p(r, t)$. Произведем замену переменных $p = P/p_k$ и получим обыкновенное дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \left(\frac{1}{\xi} + 2\xi \right) \frac{dP}{dt} = 0,$$

которое нужно проинтегрировать при условиях, полученных из (32) преобразованием к безразмерному виду:

$$P(\xi) = 1 \quad \text{при } \xi \rightarrow \infty;$$

$$\left(\xi \frac{\partial P}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \frac{Q_0 \mu}{2\pi k h p_k}.$$

Воспользуемся подстановкой $\frac{dP}{d\xi} = v$, тогда будем иметь $\frac{dv}{dt} + \left(\frac{1}{\xi} + 2\xi \right) v = 0$ или

$$\frac{d\xi}{\xi} + \frac{dv}{v} = -2\xi d\xi.$$

Проинтегрировав, получим $\ln \xi + \ln v = -\xi^2 + \ln C$, где C – постоянная

интегрирования. Потенцируя, найдем $v = \frac{dP}{d\xi} = C \frac{\exp(-\xi^2)}{\xi}$. Разделим переменные

и проинтегрируем $\int_P^1 dP = \int_{\xi}^{\infty} C \frac{\exp(-\xi^2)}{\xi} d\xi$. Учитывая первое из условий в

безразмерном виде, получим $P(\xi) = -\int_{\xi}^{\infty} C \frac{\exp(-\xi^2)}{\xi} d\xi + 1$. Используя второе

условие, найдем $P(\xi) = -\frac{Q_0 \mu}{2\pi k h p_k} \int_{\xi}^{\infty} \frac{\exp(-\xi^2)}{\xi} d\xi + 1$. Интеграл в последней формуле

сводится к табличному следующей подстановкой: $u = \xi^2 = \frac{r^2}{4\kappa t}$. Перейдем к

размерным величинам $p(r, t) = p_k - \frac{Q_0 \mu}{4\pi k h} \int_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty} \frac{\exp(-u)}{u} du$.

Интеграл в последней формуле называется интегральной показательной функцией и обозначается

$$-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) = \int_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty} \frac{\exp(-u)}{u} du.$$

Следовательно, в любой точке плоскорадиального потока давление определяется по формуле

$$p(r, t) = p_{\kappa} - \frac{Q_0 \mu}{4\pi k h} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right], \quad (33)$$

которая носит название *основной формулы* теории упругого режима фильтрации.

Интегральную показательную функцию можно представить в виде ряда

$$-Ei(-x) = \ln \frac{1}{x} - \gamma + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n!} x^n$$

Указанный ряд сходится при всех значениях x , $\gamma=0.5772$ - постоянная Эйлера.

При малых значениях x суммой ряда можно пренебречь, тогда

$-Ei(-x) = \ln \frac{1}{x} - 0.5772$. При этом погрешность не превосходит 0.25%, если $x \leq 0.01$; 5.7%, если $x \leq 0.1$.

Интерференция скважин в условиях упругого режима.

Поскольку дифференциальное уравнение упругого режима является линейным, то к его решению приложим метод суперпозиции. Суть метода состоит в том, что при совместной работе в пласте нескольких добывающих и нагнетательных скважин, изменение пластового давления, вызванное работой каждой из скважин, подсчитывается так, как если бы скважина работала одна; затем изменения давления, вызванные работой каждой скважины, алгебраически суммируются по всем скважинам. При этом скорости фильтрации в любой точке пласта, вызванные работой каждой скважины, суммируются геометрически (как вектора).

Рассмотрим несколько примеров использования метода суперпозиции при интерференции скважин.

Пример 1. Пусть в бесконечном пласте работают одновременно n скважин с постоянными дебитами. Начальное пластовое давление всюду одинаково и равно p_k . Требуется найти снижение давления в любой точке пласта M в любой момент времени. На основе метода суперпозиции снижение пластового давления будет равно сумме снижений давления в этой точке, вызванных независимой работой каждой скважины, т.е.

$$\Delta p = p_k - p(r, t) = n \sum_{i=1} \Delta p_i.$$

Снижение давления в точке M при работе i -ой скважины по основной формуле составит:

$$\Delta p_i = \frac{Q_i \mu}{4\pi k h} \left[-Ei\left(-\frac{r_i^2}{4\kappa t}\right) \right].$$

Следовательно, при работе всех скважин снижение давления в точке M равно:

$$\Delta p = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i \mu}{4\pi k h} \left[-Ei\left(-\frac{r_i^2}{4\kappa_i t}\right) \right] = \frac{\mu}{4\pi k h} \sum_{i=1}^n Q_i \left[-Ei\left(-\frac{r_i^2}{4\kappa_i t}\right) \right], \quad (34)$$

где Q_i – дебит i -ой скважины (при этом дебит добывающей скважины считается положительным, а нагнетательной – отрицательным), r_i – расстояние от центра i -ой скважины до точки M , где определяется изменение пластового давления, t_i – время с начала работы i -ой скважины до момента времени t , в который определяется изменение давления.

Пример 2. Пусть в некоторый момент времени ($t=0$), принимаемый за начальный, в невозмущенном пласте с давлением p_k пущена в эксплуатацию скважина с постоянным дебитом и через некоторый промежуток времени t_l остановлена. Под ее остановкой подразумевается мгновенное прекращение притока жидкости к забою скважины. Требуется определить давление в любой точке пласта в любой момент времени.

До момента времени t_l скважина работала одна, следовательно, пластовое давление в любой точке пласта определяется по формуле

$$p(r,t) = p_k - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right].$$

Начиная с момента времени t_l (скважина уже остановлена), следуя методу суперпозиции, мысленно допустим, что вместе с продолжающей работать добывающей скважиной в той же точке начала работать нагнетательная скважина с таким же расходом Q . Следовательно, с момента времени t_l в пласт в одной и той же точке закачивается столько же жидкости, сколько и отбирается, значит, суммарный отбор из пласта оказывается равным нулю, что свидетельствует об остановке скважины. В любой момент после остановки скважины изменение давления определяется совместной работой этих двух (одна из которых фиктивная) скважин. По методу суперпозиции изменение давления в любой точке пласта равно

$$\begin{aligned} \Delta p(r,t) &= \Delta p_1 + \Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right] - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa(t-t_l)}\right) \right] = \\ &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right] - \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa(t-t_l)}\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (35)$$

Пример 3. Пусть сохраняются условия примера 2, только добывающая скважина не останавливается, а ее дебит изменяется от Q до Q_l . Изменение давления будет равно

$$\Delta p(r,t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right] + \frac{-(Q-Q_l)\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa(t-t_l)}\right) \right]. \quad (36)$$

Метод последовательной смены стационарных состояний.

Одним из наиболее широко используемых приближенных методов решения задач теории упругого режима является метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС). Метод развит Чарным И.А. [5,6,13]. Он основан на предположении, что давление в пласте меняется во времени значительно медленнее, чем по координатам. Поэтому производную по времени в первом приближении можно отбросить, в результате чего для давления получается уравнение Лапласа, описывающее стационарный процесс.

В каждый момент времени весь пласт условно разделяется на две области – возмущенную и невозмущенную. При этом предполагается, что в возмущенной области, начинающейся от стенки скважины, давление распределяется так, как при установившемся режиме. В невозмущенной области давление всюду постоянно и равно начальному. Закон движения подвижной границы, разделяющей возмущенную и невозмущенную области, определяется при помощи уравнения материального баланса.

Пусть в неограниченном горизонтальном пласте в момент времени $t=0$ пущена добывающая скважина с постоянным дебитом Q . В соответствии с методом ПССС принимаем, что через время t после пуска скважины вокруг нее образуется возмущенная область радиусом $R(t)$, в которой давление распределено по стационарному закону

$$p(r,t) = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R(t)}{r}.$$

В остальной части пласта сохраняется постоянное начальное пластовое давление p_k .

Дебит описывается формулой, аналогичной формуле Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R(t)}{r_c}}.$$

Размеры возмущенной области найдем из уравнения материального баланса. Количество добытой жидкости за время dt равно изменению упругого запаса жидкости в возмущенной зоне пласта за этот же промежуток времени

$$Qdt = \beta^* d[V(t)\Delta p]. \quad (40)$$

Объем области $V(t) = \pi(R^2(t) - r_c^2)h$. Отклонение давления для возмущенной зоны пласта равно $\Delta p = p_k - \bar{p}$, где \bar{p} - средневзвешенное пластовое давление в

установившемся потоке. Оно определяется по формуле $\bar{p} = p_k - \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R(t)}{r_c}}$, откуда

$$\Delta p = p_k - \bar{p} = \frac{p_k - p_c}{2 \ln \frac{R(t)}{r_c}} = \frac{Q\mu}{4\pi kh}.$$

Подставив полученное выражение в формулу (40) получим

$$Qdt = \beta^* d \left[\pi h (R^2(t) - r_c^2) \frac{Q\mu}{4\pi kh} \right]$$

$4\kappa dt = d(R^2(t) - r_c^2)$. После интегрирования найдем

$$R(t) = \sqrt{r_c^2 + 4\kappa t} \quad R(t) = 2\sqrt{\kappa t} \quad (41)$$

Зная радиус границы зон можно определить распределение давления в любой точке пласта.

Вопросы и задания

1. Что описывает уравнение пьезопроводности.
2. Основная формула упругого режима.
3. Что означает интерференция скважин.
4. Какими параметрами определяется радиус воздействия скважины.
5. Выполните задания к теме.

ЛЕКЦИЯ 5. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Аннотация. Рассматриваются методы определения параметров пласта по результатам гидродинамических исследований. Методы МДХ, Хорнера. Описаны распределения параметров в различных областях при вытеснении нефти водой.

Ключевые слова: КВД, метод МДХ, метод Хорнера, поршневое вытеснение.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого

следует ответить на теоретические вопросы. Обратить внимание на условия применения того или иного метода обработки результатов исследований. Далее приступить к решению задач, обращая внимание на размерности. Выбор формул осуществлять в зависимости от вида используемого логарифма (\ln , \lg) и используемых размерностей.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.36-38 с.
http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.215-218
3. Басниев К.С.. Нефтегазовая гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с488-491
4. Карнаухов М.Л. Современные методы гидродинамических исследований скважин : справочник инженера по исследованию скважин : уч. пос. для студ. высших учебных заведений/ М. Л. Карнаухов, Е. М. Пьянкова.— Москва : Инфра-Инженерия, 2013 .— с 68-103
5. Эрларгер Р. Гидродинамические исследования скважин /Р. Эрларгер.- М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – с.51-70, 101-130
<http://neft-gazedu.ru/index.php/gidrodinamicheskie-metody-issledovaniya-neftyanykh-skvazhin>
<http://www.slb.ru/>

Глоссарий

Кривая восстановления давления - это зависимость изменения в скважине забойного давления от времени после ее остановки (прекращения отбора жидкости).

Вопросы для изучения:

1. Кривые восстановления давления.
2. Методы обработки КВД.

Определение коллекторских свойств пласта по данным исследования скважин при упругом режиме.

Методы исследования пластов и скважин, основанные на изучении неустановившихся процессов изменения забойного давления в скважине, тесно связаны с теорией упругого режима.

На основании основной формулы теории упругого режима можно получить изменение забойного давления с момента пуска скважины в эксплуатацию с постоянным дебитом. Решение для изменения давления может быть записано как [1,2,5,6]:

$$\begin{aligned}\Delta p_c &= p_k - p_c = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r_c'^2}{4\kappa t}\right) \right] = \\ &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{4\kappa t}{r_c'^2} - 0.5772 \right] = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{4\kappa t}{r_c'^2} - \ln 1.781 \right] = \\ &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[2.3 \lg \frac{4\kappa t}{1.781 r_c'^2} \right] = 0.1832 \frac{Q\mu}{kh} \lg \frac{2.246\kappa t}{r_c'^2}.\end{aligned}\quad (37)$$

Здесь r_c' - приведенный радиус скважины, определяемый формулой (27).

Последнее выражение можно переписать в виде

$$\begin{aligned}\Delta p_c &= 0.1832 \frac{Q\mu}{kh} \lg \frac{2.246\kappa}{r_c'^2} + 0.1832 \frac{Q\mu}{kh} \lg t, \\ \text{или } \Delta p_c &= A + i \lg t, \text{ где } A = i \lg \frac{2.246\kappa}{r_c'^2}; \quad i = 0.1832 \frac{Q\mu}{kh}.\end{aligned}\quad (38)$$

График изменения давления после пуска скважины в эксплуатацию с постоянным дебитом называется кривой падения давления (КПД) и в полулогарифмических координатах (по оси абсцисс отложен $\lg t$) является прямой линией. По углу наклона этой прямой определяется гидропроводность

пласта $\frac{kh}{\mu} = \frac{0.1832Q}{i}$, а по отрезку, отсекаемому на оси ординат комплекс $\frac{\kappa}{r_c^2} = \frac{10^{\frac{A}{i}}}{2.246}$

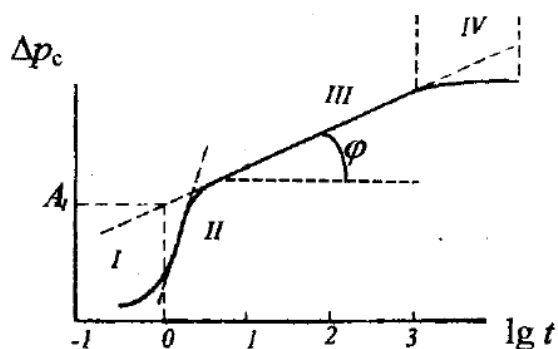


Рис. 9. Режимы фильтрации при пуске скважины с постоянным дебитом: I- начальный, связанный с накоплением жидкости в стволе скважины; II- переходной; III- основной; IV- поздний, обусловленный влиянием границ пласта.

Чаще всего при гидродинамических исследованиях скважины наблюдают восстановление давления после остановки скважины, ранее продолжительное время работавшей с постоянным дебитом. Зарегистрированное изменение давления называют кривой восстановления давления (КВД). Будем считать, что до остановки скважина весьма длительно работала с постоянным дебитом, и вокруг нее в пласте имело место установившееся распределение пластового давления. Мгновенная остановка скважины в момент времени $t=0$ имитируется включением фиктивного источника с дебитом $-Q$, находящегося в той же точке пласта, что и скважина. По принципу суперпозиции

$$p(r,t) = p_{с.установившееся} + \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_c} + \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right].$$

Подставляя в выражение $r=r'_c$, получим зависимость, описывающую восстановление забойного давления после мгновенной остановки скважины

$$\Delta p_c = p_{c.\text{неустановившееся}} - p_{c.\text{установившееся}} = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[-Ei\left(-\frac{r_c'^2}{4\kappa t}\right) \right]. \quad (39)$$

Выражение для изменения забойного давления в этом случае совпадает с формулами для изменения давления после пуска скважины. Обработка КВД и КПД производится по одним и тем же формулам, только разнится точка отсчета изменения давления. Для КПД – это давление в момент пуска скважины в работу, а для КВД – давление в момент остановки скважины.

Метод Хорнера.

Рассмотрим теперь случай мгновенного прекращения притока в скважину после ее остановки при длительности работы скважины до остановки, соизмеримой с длительностью остановки. Если скважина к моменту остановки работала с дебитом Q в течение времени T , то давление на забое скважины определяется по формуле [1,5, 6]

$$\Delta P(r_c, T) = P_{\text{пл}} - P_c(T) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} (-Ei(-\frac{r_c^2}{4\kappa T})). \quad (X-1)$$

Мгновенное прекращение притока можно представить как наложение в момент остановки отрицательного дебита, по величине равного предыдущему. В соответствии с принципом суперпозиции можно записать

$$\begin{aligned} \Delta P(r_c, t) = P_{\text{пл}} - P_c(t) &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa(T+t)}\right) \right\} - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa t}\right) \right\} = \\ &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa(T+t)}\right) + Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa t}\right) \right\} \end{aligned} \quad (X-2)$$

Вычтем (X-1) из уравнения (X-2), учитывая, что если время работы скважины до остановки значительно больше периода восстановления давления $T \gg t$, то $-Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa(T+t)}\right) \approx -Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa T}\right)$. Тогда изменение давления, отсчитываемое от величины забойного давления, существовавшего в момент остановки скважины T :

$$\Delta P(r_c, t) = P_c(t) - P_c(T) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei\left(-\frac{r_c^2}{4\kappa t}\right) \right\} \approx \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\kappa t}{r_c^2}. \quad (X-3)$$

С учетом вышесказанного, полученное соотношение полностью аналогично соотношению для КПД.

Если период работы скважины до остановки соизмерим с периодом наблюдения после остановки, обрабатывать такие кривые по формулам (37) нельзя. В этом случае из (X-2), заменяя интегральную показательную функцию логарифмом, получим

$$\Delta P(r_c, t) = P_{пл} - P_c(t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ \ln\left(\frac{4\kappa(T+t)}{r_c^2}\right) - \ln\left(\frac{4\kappa t}{r_c^2}\right) \right\}$$

или

$$P_c(t) = P_{пл} + \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{t}{T+t}. \quad (X-4)$$

Естественно, в соответствии со структурой, обрабатывать выражение (X-4) следует в координатах $P_c(t), \ln \frac{t}{T+t}$. Такой метод представления данных называется методом Хорнера. Формула (X-4) также позволяет определять гидропроводность, но не позволяет определять комплекс $\frac{\kappa}{r_c^2}$. Однако, если экстраполировать прямолинейный участок КВД до пересечения с осью ординат $\ln \frac{t}{T+t} = 0$, то точка пересечения будет соответствовать значению пластового давления.

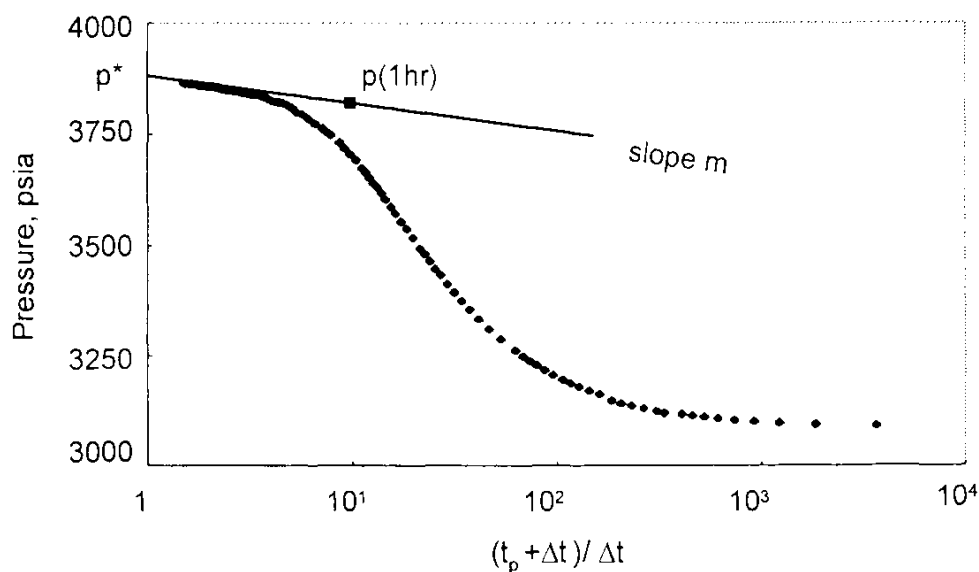


Figure 2.8. Horner plot of build-up example of Figure 2.1.

Херст и Ван-Эвердинген (см., например, [1, 5]) предложили формулу для определения скин-эффекта S :

$$\Delta P_c(r, t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{2.25\kappa t}{r_c^2} + 2S \right). \quad (40)$$

Сущность методики следующая. Путем обработки КВД определяется гидропроводность пласта. Пьезопроводность пласта лучше определять по данным исследования пласта методом гидропрослушивания. Тогда, зная эти два параметра и радиус скважины по долоту, подставляя реальную депрессию в какой-то момент времени и дебит до остановки скважины, расчетным путем из формулы (40) определяют скин-эффект:

$$S = 0.5 \left(\frac{p(t) - p(t=0)}{i} - \ln \frac{2.25\kappa t}{r_c^2} \right).$$

$$S = 0.5 \left(\frac{p(t=1\text{час}) - p(t=0)}{i} - \ln \frac{2.25\kappa t}{r_c^2} \right) \quad (41)$$

Для обработки методом Хорнера скин определяется по формулам [14]

$$s = 1.1513 \left(\frac{p(\Delta t) - p_{wf}(\Delta t=0)}{m} + \lg \frac{t_p + \Delta t}{t_p \Delta t} - \lg \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} + 3.0923 \right).$$

Обязательно используется давление в точке, лежащей на прямой. Если, например, точка $p(t=1\text{час})$ не принадлежит прямолинейному участку, то значение давления в момент времени 1 час необходимо снимать с экстаполированной части линейного участка.

Вопросы и задания

1. В каких случаях для обработки результатов исследований используется метод МДХ, в каких - Хорнера.
2. В каких координатах производят построение графиков для каждого из методов.
3. Какие параметры позволяет определять метод МДХ и метод Хорнера.
4. Что необходимо делать при определении скин-фактора, если точка на момент времени 1 час не лежит на прямолинейном участке кривой.
5. Выполните задания к теме.

ЛЕКЦИЯ 6. ДВИЖЕНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ПРИ ВЗАИМНОМ ВЫТЕСНЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ

Аннотация. Рассматриваются поршневое вытеснение нефти водой, распределение давления и скоростей фильтрации в водяной и нефтяной зонах, их связь с соотношением вязкостей вытесняющей и вытесняемой жидкости.

Ключевые слова: линии тока, поршневое вытеснение, несмешивающиеся жидкости, градиенты давления.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы. Обратить внимание на условия применения того или иного метода обработки результатов исследований.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.40-43
[с./http://kpfu.ru/main_page?p_sub=8350](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=8350) (каф. сайт)
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.262-277
<http://neft-gazedu.ru/index.php/gidrodinamicheskie-metody-issledovaniya-neftyanykh-skvazhin>
<http://www.slb.ru/>

Глоссарий

Поршневое вытеснение - вытеснение с четкой границей между фазами.

Фаза – это часть системы, которая является гомогенной и отделена от других фаз отчетливыми границами. Приме – смесь воды, нефти и газа в пласте.

Вопросы для изучения:

1. Плоскорадиальное вытеснение нефти водой.

2. Распределение давления.
3. Устойчивость движения границы раздела жидкостей.

Вытеснение нефти водой.

Учет преломления линий тока на границе раздела жидкостей составляет главную трудность в точном решении задачи продвижения границы раздела. Линии тока не будут преломляться только в двух случаях – при прямолинейно-параллельном и плоскорадиальном движении границы раздела [5,6].

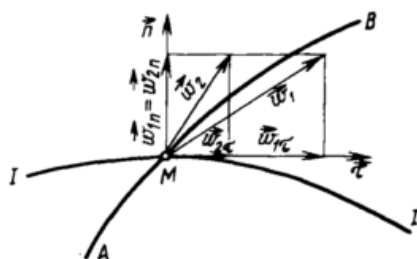


Рис. 10. Преломление линий тока на границе раздела жидкостей

Жидкости считаются несмешивающимися, взаимно нерастворимыми и химически не реагирующими одна с другой. Вытеснение нефти водой предполагается происходящим полностью – так называемое поршневое вытеснение с четкой границей между фазами.

Прямолинейно-параллельное вытеснение нефти водой

При поршневом вытеснении нефти водой в пористой среде плотность нефти и воды будем считать одинаковыми. Это позволит рассматривать плоскость контакта нефти и воды вертикальной. Различие в вязкостях нефти и воды, будем учитывать.

На контуре питания и на галерее поддерживаются соответственно постоянные давления p_k и p_g . Начальное положение контура нефтеносности x_0 параллельно галерее и контуру питания.

Обозначим x_f текущее расстояние до контура нефтеносности в момент времени t после начала вытеснения, L - расстояние от контура питания до галереи, p_v , p_n -Д

авления в любой точке водоносной и нефтеносной части пласта соответственно, $p(t)$ -давление на границе раздела вода - нефть, отстоящей от контура питания на расстоянии x_f .

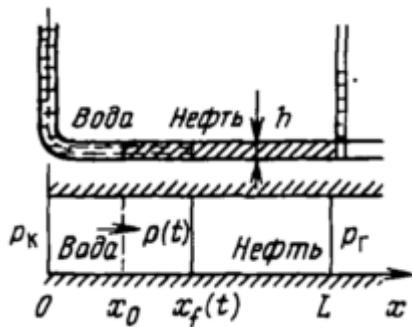


Рис. 11. Схема прямолинейно-параллельного движения границы раздела «вода-нефть»

Распределение давления и скорость фильтрации в водоносной области можно записать в виде

$$p_B = p_K - \frac{p_K - p(t)}{x_f(t)} x, \quad 0 \leq x \leq x_f(t),$$

$$w_B = \frac{k}{\mu_B} \frac{p_K - p(t)}{x_f(t)}.$$

Распределение давления и скорость фильтрации в нефтеносной области можно записать следующим образом:

$$p_H = p_\Gamma + \frac{p(t) - p_\Gamma}{L - x_f(t)} (L - x), \quad x_f(t) \leq x \leq L,$$

$$w_H = \frac{k}{\mu_H} \frac{p(t) - p_B}{L - x_f(t)}.$$

где $\mu_0 = \mu_H / \mu_B$

1. Распределение давления в водоносной и нефтеносной областях.

$$p_B = p_K - \Delta p \frac{x}{x_f(t) + \mu_0(L - x_f(t))},$$

$$p_H = p_\Gamma + \mu_0 \Delta p \frac{L - x}{x_f(t) + \mu_0(L - x_f(t))},$$

$$\Delta p = p_K - p_\Gamma.$$

2. Скорость фильтрации.

$$w = w_B = w_H = \frac{k}{\mu_H} \frac{\Delta p}{x_f(t) + \mu_0(L - x_f(t))},$$

4. Градиент давления.

$$\frac{\partial p_B}{\partial x} = - \frac{\Delta p}{x_f(t) + \mu_0(L - x_f(t))},$$

$$\frac{\partial p_H}{\partial x} = - \frac{\mu_0 \Delta p}{x_f(t) + \mu_0(L - x_f(t))},$$

Из уравнений видно, что давление в пласте зависит не только от координаты x , но и от положения границы раздела x_f , а следовательно, от времени. Но x_f со временем увеличивается, следовательно, пластовое давление во времени в водоносной области падает, а в нефтеносной растет.

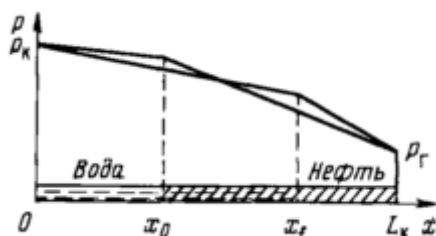


Рис.12. Распределение давления.

2. Скорость фильтрации w и расход жидкости Q также изменяются во времени. Следовательно, несмотря на постоянство депрессии $\Delta p = p_k - p_r$ движение жидкостей в пласте будет неустановившимся.

При $\mu_0 > 1$ ($\mu_H > \mu_B$) как видно скорость фильтрации и дебит галереи увеличиваются с течением времени, т. е. по мере продвижения контура нефтеносности.

Это легко объяснимо и из физических соображений. Движение жидкостей в пласте происходит под действием постоянного перепада давления Δp . Сопротивление, оказываемое обеими жидкостями, зависит от размеров их областей. С течением времени увеличивается область водоносности, сопротивление которой по сравнению с областью нефтеносности тех же размеров значительно меньше. Следовательно, общее сопротивление обеих областей во времени уменьшается, что при постоянной депрессии Δp ведет к росту скорости фильтрации и дебита галереи.

3. Градиенты давления в водоносной и нефтеносной областях, во времени растут. Это же показано и на рис. 12. В нефтеносной области градиент давления больше, чем в водоносной, во столько раз, во сколько вязкость нефти больше вязкости воды.

При этом, чем больше значение x_0 , тем больше скорость фильтрации. Отсюда вытекает, что граница раздела в точке В будет двигаться гораздо быстрее, чем в точке А, и обводнение галереи начнется именно по линии ВВ', в то время как контур нефтеносности по другим линиям будет еще значительно удален от галереи. Из этого примера следует важное заключение о характере продвижения контура нефтеносности. Если на границе раздела вода нефть при разработке нефтяной залежи образовался «водяной язык», то он в дальнейшем не только не исчезает, а быстро вытягивается, продвигаясь с большей скоростью, чем остальная часть водонефтяного контакта.

Плоскорадиальное вытеснение нефти водой

Рассмотрим задачу о вытеснении нефти водой в условиях плоскорадиального движения по закону Дарси. Обозначим через R_0 , r_f соответственно начальное и текущее положение контура нефтеносности, concentричные скважине и контуру питания; через p_e и p_n – давление в любой точке водоносной и нефтеносной области соответственно, через $p(t)$ – давление на границе раздела жидкостей.

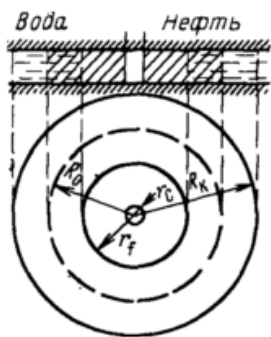


Рис. 13. Схема пласта при плоскорадиальном вытеснении нефти водой.

Если изобару, совпадающую в данный момент с контуром нефтеносности, принять за скважину, то распределение давления и скорость фильтрации в водоносной области можно выразить (как в случае установившейся фильтрации) следующим образом:

$$p_B(r) = p_K - \frac{p_K - p(t)}{\ln \frac{R_K}{r_f}} \ln \frac{R_K}{r},$$

$$w_B = -\frac{k}{\mu_B} \frac{p_K - p(t)}{\ln \frac{R_K}{r_f}} \frac{1}{r},$$
(42)

В случае если эту же изобару, совпадающую с r_f принять за контур питания, по распределение давления в нефтеносной области

$$p_H(r) = p_c + \frac{p(t) - p_c}{\ln \frac{r_f}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c},$$

$$w_H = -\frac{k}{\mu_H} \frac{p(t) - p_c}{\ln \frac{r_f}{r_c}} \frac{1}{r},$$
(43)

Давление на границе раздела жидкостей найдем из условия равенства скоростей фильтрации нефти и воды на этой границе. В результате получим:

$$p(t) = \frac{p_K \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} + p_c \ln \frac{R_K}{r_f}}{\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c}}, \quad \mu_0 = \mu_H / \mu_B$$
(44)

Определим характеристики рассматриваемых потоков нефти и воды.

Распределение давления в водоносной и нефтеносной областях имеют вид

$$p_B = p_K - \frac{\Delta p \ln \frac{R_K}{r}}{\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c}}, \quad r_f \leq r \leq R_K;$$

$$p_H = p_c + \frac{\mu_0 \Delta p \ln \frac{r}{r_f}}{\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c}}, \quad r_c \leq r \leq r_f,$$
(45)

где $\Delta p = p_K - p_c$. Из этих формул видно, что закон распределения давления вдоль радиуса-вектора в обеих зонах – логарифмический.

В случае, если знаменатель формулы представить в виде

$$\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} = \ln \left(\frac{r_f^{\mu_0-1} R_K}{r_c^{\mu_0}} \right), \quad \mu_0 > 1,$$

То нетрудно заметить, что при r_f , уменьшающемся во времени (при стягивании контура нефтеносности), этот знаменатель тоже уменьшается. Тогда давление в водоносной части пласта во времени падает, а в нефтеносной – растет (как и при прямолинейно-параллельном потоке).

Градиенты давления в обеих областях течения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_B}{\partial r} &= \frac{\Delta p}{\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c}} \frac{1}{r}, \\ \frac{\partial p_H}{\partial r} &= \frac{\mu_0 \Delta p}{\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c}} \frac{1}{r}. \end{aligned} \quad (46)$$

Из полученных формул следует, что градиенты давления во времени растут как в водоносной, так и в нефтеносной областях (так как знаменатель уменьшается). На границе раздела жидкостей градиент давления в нефтеносной области больше, чем в водоносной в μ_0 раз. Т.е. на фронте пьезометрическая линия имеет излом.

Скорости фильтрации жидкостей определим из закона Дарси:

$$\begin{aligned} w_B &= \frac{k \Delta p}{\mu_B \left(\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} \right)} \frac{1}{r}, \\ w_H &= \frac{k \Delta p}{\mu_B \left(\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} \right)} \frac{1}{r}. \end{aligned} \quad (47)$$

Скорости фильтрации как воды, так и нефти растут во времени.

Дебит скважины найдем, умножив скорость фильтрации на площадь

$$Q = \frac{2\pi h k \Delta p}{\mu_B \left(\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} \right)}. \quad (48)$$

При постоянной депрессии дебит скважины увеличивается во времени, т.е с приближением к ней контура нефтеносности. Такое самопроизвольное

увеличение дебита нефти перед прорывом воды в скважину подтверждается и промысловыми наблюдениями.

Закон движения границы раздела жидкостей определим из соотношения между скоростью фильтрации и средней скоростью движения

$$w_f = mv_f = -m \frac{dr_f}{dt}, \quad \text{откуда} \quad dt = -\frac{m}{w_f} dr_f = \frac{m\mu_0}{k\Delta p} \left(\ln \frac{R_K}{r_f} + \mu_0 \ln \frac{r_f}{r_c} \right) r_f dr_f.$$

Проинтегрировав это уравнение в пределах от 0 до t и от R_0 до r_f получим неявное выражение для закона движения границы раздела:

$$t = \frac{m\mu_B}{2k\Delta p} \left[\mu_0 \left(R_0^2 \ln \frac{R_0}{r_c} - r_f^2 \ln \frac{r_f}{r_c} \right) + R_0^2 \ln \frac{R_K}{R_0} - r_f^2 \ln \frac{R_K}{r_f} - \frac{1}{2} (\mu_0 - 1) (R_0^2 - r_f^2) \right] \quad (49)$$

Время вытеснения всей нефти водой найдем, подставив в уравнение $r_f = r_c$:

$$T = \frac{m\mu_B R_0^2}{2k\Delta p} \left[\mu_0 \left(\ln \frac{R_0}{r_c} - \frac{1}{2} \right) + \ln \frac{R_K}{R_0} + \frac{1}{2} \right].$$

Это равенство дает оценку времени прорыва воды в скважину.

Вопросы и задания

1. В каких случаях линии тока не будут преломляться.
2. Объясните распределения давления в водяной и нефтяной зонах для различных видов геометрии пласта.
3. Прокомментируйте зависимость времени вытеснения нефти водой от соотношения вязкостей.

ЛЕКЦИЯ 7. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ

Аннотация. Рассматриваются основы многофазной фильтрации, классическая задача Баклея-Левретта. Вводится понятие относительной фазовой проницаемости. Описывается распределение фронтальной и средней нефтенасыщенности, расчет коэффициента нефтеотдачи.

Ключевые слова: насыщенность, относительные фазовые проницаемости, функция Баклея-Лeverетта, коэффициент нефтеотдачи, безводный период.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - с.48-66
[с.//http://kpfu.ru/main_page?p_sub=8350](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=8350) (каф. сайт)
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с. 316-321, 334-351.
3. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика/ И.А. Чарный. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – с.303-334
<http://www.ngpedia.ru/id114219p2.html>
http://www.life-prog.ru/1_22908_osnovi-teorii-neporshnevogo-vitesneniya-nefti-vodoy.html
<http://www.twirpx.com/file/167498/>

Глоссарий

Водонасыщенность – доля объема активных пор среды, занятая водой.

Нефтеотд́ача (коэффициент извлечения нефти — КИН) — отношение величины извлекаемых запасов к величине геологических запасов.

В процессе добычи ведется учет *текущего КИН*, который равен доле добытой на определенный момент нефти относительно геологических запасов

Вопросы для изучения:

1. Обобщенный закон Дарси.
2. Одномерные модели вытеснения несмешивающихся жидкостей.
3. Оценка влияния гравитационных и капиллярных сил.

4. Математическая модель многофазной фильтрации.
5. Построение задачи Баклея-Левретта.
6. Практическое применение решения уравнения Баклея-Левретта.
7. Расчет коэффициента нефтеотдачи.
8. Определение относительных фазовых проницаемостей.

Математическая модель двухфазной фильтрации.

В реальных месторождениях происходит совместное течение воды и нефти, представляющих собой обособленные фазы, не смешивающиеся между собой. Фаза – это часть системы, которая является гомогенной (все ее части имеют одинаковые свойства) и отделена от других фаз отчетливыми границами. При совместном движении каждая из жидкостей занимает лишь часть порового пространства. Насыщенность элемента пористой среды данной фазой определяется как доля объема активных пор среды, занятая этой фазой. Сопротивление, испытываемое каждой фазой при совместной фильтрации, отлично от того, которое было бы при течении только одной жидкости. Закон фильтрации каждой из фаз по аналогии с законом Дарси можно записать [1,8]

$$w_1 = \frac{k_1^* \Delta p_1}{\mu_1 L}, \quad w_2 = \frac{k_2^* \Delta p_2}{\mu_2 L},$$

где w_1, w_2 – модули векторов скоростей фильтрации фаз, μ_1, μ_2 – вязкости жидкостей, k_1^*, k_2^* – фазовые проницаемости, $\Delta p_1, \Delta p_2$ – разности давлений в соответствующих фазах. Фазовые проницаемости являются для каждой жидкости проницаемостями в обычном смысле в условиях совместной фильтрации. Эти величины зависят от свойств пористой среды и прежде всего от ее абсолютной проницаемости k , определяемой по данным о фильтрации однородной жидкости, а также от насыщенности пористой среды каждой фазой s_i . Справедливо равенство $s_1 + s_2 = 1$. Из двух насыщенностей независима только одна. При описании двухфазных течений обычно вместо фазовых проницаемостей вводят безразмерные

относительные проницаемости, определяемые из соотношений

$k_1 = k_1^* / k$, $k_2 = k_2^* / k$. В большинстве опытов показано, что для данной структуры пористой среды относительные проницаемости являются в основном функциями насыщенности. Тогда, закон Дарси для каждой фазы записывается в виде

$$w_1 = k \frac{k_1(s) \Delta p_1}{\mu_1 L}, \quad w_2 = k \frac{k_2(s) \Delta p_2}{\mu_2 L} \quad (51)$$

Здесь и далее $i=1$ будет относиться к воде, 2 – к нефти, введено обозначение $s=s_I$, $s_2=1-s_I=1-s$.

В общем случае давления в фазах не совпадают из-за действия поверхностного натяжения и разница равна капиллярному давлению.

Типичные экспериментальные кривые фазовых проницаемостей приведена на рис.14 (кривая 1 относится к более смачивающей жидкости – воде, 2 – к менее смачивающей – нефти, кривая 1' – относится к случаю, когда первая фаза является газом). Для каждой фазы существует предельная насыщенность (s_* и $1-s_*$) такая, что при меньших значениях насыщенности эта фаза неподвижна. Движение первой фазы может происходить, если $s > s_*$. Для второй фазы связанная насыщенность равна $1-s_*$ и называется остаточной нефтенасыщенностью. Таким образом, совместное течение двух фаз имеет место лишь в следующем интервале изменения водонасыщенности: $s_* \leq s \leq s^*$.

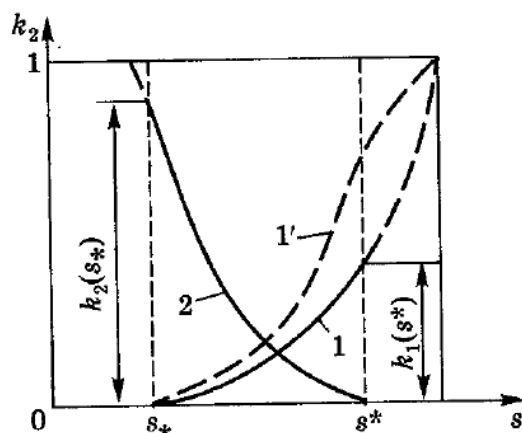


Рис. 14. Кривые зависимостей относительных фазовых проницаемостей от насыщенности.

Сумма относительных проницаемостей для каждого фиксированного значения s меньше 1: $k_1(s) + k_2(s) < 1$, $0 < s < 1$.

Графики относительных проницаемостей имеют асимметричный характер. Относительная проницаемость смачивающей фазы при $s=s^*$ имеет значение меньше 1, тогда как величина $k_2(s)$ при $s=s^*$ близка к 1. Это означает, что присутствие связанной смачивающей фазы мало влияет на течение несмачивающей жидкости, тогда как присутствие остаточной несмачивающей фазы значительно «стесняет» движение смачивающей фазы.

Уравнения неразрывности для каждой из фаз имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_1^0 s) + \operatorname{div}(\rho_1^0 \vec{w}_1) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(m\rho_2^0 (1-s)) + \operatorname{div}(\rho_2^0 \vec{w}_2) &= 0.\end{aligned}\tag{52}$$

Если жидкость и пористую среду можно предполагать несжимаемыми, то вместо уравнений (52) имеем соотношения

$$\begin{aligned}m \frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{w}_1) &= 0, \\ -m \frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{w}_2) &= 0.\end{aligned}\tag{53}$$

Для каждой фазы считается справедливым обобщенный закон Дарси:

$$\vec{w}_i = k \frac{k_i(s)}{\mu_i} (\nabla p_i - \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2,$$

где \vec{g} - вектор ускорения свободного падения. При изотермических условиях плотность и коэффициент вязкости каждой из фаз определяются давлением в данной фазе:

$$\rho_i^0 = \rho_i^0(p_i), \quad \mu_i = \mu_i(p_i), \quad i = 1, 2.$$

Таким образом, получена замкнутая система уравнений для определения всех неизвестных функций.

Прямолинейно-параллельное вытеснение. Пусть совместное течение двух жидкостей происходит в направлении оси x , наклоненной к горизонту под углом α . Тогда уравнения неразрывности для фаз имеют вид

$$-m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial w_1}{\partial x} = 0; \quad m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial w_2}{\partial x} = 0, \quad (54)$$

а обобщенный закон Дарси сводится к соотношениям:

$$w_i = -M_i \left(\frac{\partial p_i}{\partial x} + \rho_i^0 g \sin \alpha \right), \quad M_i = \frac{k}{\mu_i} k_i(s), \quad i = 1, 2.$$

Складывая почленно уравнения, получим

$$-w(t) = -(w_1 + w_2) = M_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} + M_2 \frac{\partial p_2}{\partial x} + (M_1 \rho_1^0 + M_2 \rho_2^0) g \sin \alpha. \quad \text{Исключим}$$

градиент давления $\partial p_2 / \partial x$ при помощи равенства $p_2 - p_1 = p_K$, где p_K - капиллярное давление, продифференцированного по x ,

$$\frac{\partial p_2}{\partial x} = \frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial p_K(s)}{\partial x} = \frac{\partial p_1}{\partial x} + p_K' \frac{\partial s}{\partial x}, \quad p_K' = \frac{dp_K}{ds},$$

получим после преобразований

$$-\frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{w(t) + M_2 p_K' \frac{\partial s}{\partial x} + (M_1 \rho_1^0 + M_2 \rho_2^0) g \sin \alpha}{M_1 + M_2}.$$

Подставив это равенство в уравнение фильтрации первой фазы, получим

$$w_1 = \left[w(t) + M_2 \left(p_K' \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta \rho g \sin \alpha \right) \right] f(s), \quad (55)$$

где $\Delta \rho = \rho_2^0 - \rho_1^0$, $f(s)$ - функция Бакли-Левверетта, определяемая равенством:

$$f(s) = \frac{k_1(s)}{k_1(s) + \mu_0 k_2(s)}, \quad \mu_0 = \mu_1 / \mu_2. \quad (56)$$

Функция $f(s)$ играет важную роль при гидродинамических расчетах двухфазных фильтрационных течений.

Используя теперь выражение для скорости (55) и уравнение неразрывности для первой фазы, получим уравнение для определения насыщенности

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + w(t) f'(s) \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[M_2 (p_k' \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta \rho g \sin \alpha) f(s) \right] = 0.$$

Это уравнение известно как уравнение Рапопорта-Лиса. Будем считать для простоты, что суммарная скорость фильтрации не зависит от времени, введя безразмерные переменные $\xi = x/L$, $\tau = wt/(mL)$ и используя выражения для капиллярного давления, приведем уравнение к безразмерной форме:

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + [f'(s) + N_g G'(s)] \frac{\partial s}{\partial \xi} + N_c \frac{\partial}{\partial \xi} C(s) \frac{\partial s}{\partial \xi} = 0. \quad (57)$$

$$G(s) = k_2(s) f(s), \quad C(s) = G(s) J'(s).$$

$$\text{Здесь } N_g = \frac{k \Delta \rho g \sin \alpha}{\mu_2 w}, \quad N_c = \frac{\alpha_n \cos \theta \sqrt{mk}}{\mu_2 w L} - \text{безразмерные параметры,}$$

характеризующие отношение силы тяжести и капиллярных сил к силам вязкости соответственно.

Силой тяжести можно пренебречь, если параметр N_g мал по сравнению с единицей. Для оценки влияния капиллярного давления необходимо учесть, что в задачах нефтегазовой подземной гидродинамики размер области течения достигает сотен метров, перепад давления несколько десятков или единиц МПа. Если параметр $N_c \ll 1$, то капиллярными силами можно пренебречь, такое приближение называется крупномасштабным.

Для иллюстрации сделаем оценку. Межфазное натяжение на границе большинства углеводородных жидкостей и газов с водой находится в пределах от 0.01 до 0.005 Н/м; скорость фильтрации составляет 10^{-6} - 10^{-5} м/с. Положив $\cos \theta \approx 1$, $m=0.1$, $k=10^{-13}$, $\mu_2=3\text{сП}=3 \cdot 10^{-3}$ Па*с, $w=10^{-5}$ м/с, $L=10^3$ м, найдем оценку $N_c \approx 10^{-4}$, которая дает характерный порядок малости этой величины.

Классическая задача Бакли-Левретта.

Задачи двухфазной фильтрации без учета капиллярных сил известны как задачи Бакли-Левретта. Если пренебречь влиянием силы тяжести, то

процесс вытеснения допускает простое математическое описание. Для обоих случаев одномерного потока (прямолинейно-параллельного и плоскорадиального) течение описывается однотипным уравнением для насыщенности вытесняющей фазы:

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + f'(s) \frac{\partial s}{\partial \xi} = 0. \quad (58)$$

В рассматриваемом случае функция Бакли-Лeverетта имеет простой физический смысл. При $\Delta p=0$ и $p'_k(s)=0$ скорость фильтрации вытесняющей фазы в случае прямолинейно-параллельного и радиального вытеснения, соответственно $w_1 = f(s)w(t)$, $w_1 = f(s)\frac{q(t)}{r}$.

Отсюда следует, что $f(s)$ равна объемной доле вытесняющей жидкости (воды) в суммарном потоке двух фаз. Функция Бакли-Лeverетта определяет полноту вытеснения и характер распределения насыщенности по пласту. Задачи повышения нефте- и газоконденсатоотдачи в значительной степени сводятся к применению таких технологий воздействия на пласт, которые в конечном счете изменяют вид функции $f(s)$ в направлении увеличения полноты вытеснения.

Функция $f(s)$ полностью определяется относительными фазовыми проницаемостями и отношением вязкости фаз. Типичные графики $f(s)$ и ее производной приведены на рис. 15. С ростом водонасыщенности $f(s)$ монотонно возрастает от 0 до 1. Характерная особенность графика $f(s)$ – наличие точки перегиба, участков выпуклости и вогнутости.

В процессе нагнетания воды в пласт ее насыщенность будет меняться со временем вдоль направления движения x . Полный дифференциал

$$\text{насыщенности равен } ds = \frac{\partial s}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial s}{\partial \tau} d\tau.$$

Линии, вдоль которых насыщенность принимает заданное постоянное значение, называются изосатами. Вдоль них $s(\xi, \tau)=const$ и $\frac{\partial s}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial s}{\partial \tau} d\tau = 0$.

Таким образом, линия распространения заданной насыщенности получается совместным решением следующих двух уравнений:

$$\frac{\partial s}{\partial \xi} d\xi + \frac{\partial s}{\partial \tau} d\tau = 0 \text{ и } \frac{\partial s}{\partial \tau} + f'(s) \frac{\partial s}{\partial \xi} = 0.$$

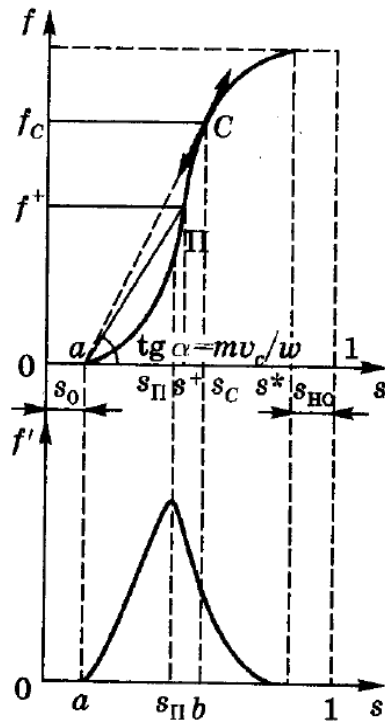


Рис. 15. Зависимость объемной доли вытесняющей фазы(воды) в потоке (а) и ее производной (б) от насыщенности

Чтобы система однородных, линейных относительно $d\xi/d\tau$ уравнений имела отличное от нуля решение, необходимо, чтобы ее определитель был равен нулю, т.е.

$$\begin{vmatrix} 1 & f'(s) \\ d\tau & d\xi \end{vmatrix} = 0, \text{ откуда находим } \frac{d\xi}{d\tau} = f'(s).$$

Напомним, что производная $d\xi/d\tau$ вычисляется при постоянном значении s . Полученное уравнение можно проинтерпретировать следующим образом: точка с постоянной насыщенность s (на кривой $s(\xi)$) движется с постоянной скоростью, являющейся функцией самой

насыщенности). Проинтегрировав уравнение можно найти положение ξ заданного значения насыщенности как функцию безразмерного времени:

$$\xi(s) = f'(s)\tau + \xi_0, \quad (59)$$

где ξ_0 – значение координаты с начальной водонасыщенностью s_0 при $\tau=0$.

Будем предполагать, что первоначально пласт был насыщен нефтью и содержал лишь связанную (неподвижную) воду, нагнетание начинается с границы $\xi=0$, т.е. $\xi_0=0$. При $\tau>0$ все точки кривой $s(\xi)$, для которых насыщенность лежит в интервале $s_* \leq s \leq s^*$ начнут перемещаться со скоростями, пропорциональными $f'(s)$. Кривая $f'(s)$ – не монотонная функция, а имеет максимум в точке П. Это означает, что некоторые промежуточные значения насыщенности будут перемещаться быстрее, чем значения насыщенности большие или меньшие. И спустя некоторое время форма профиля насыщенности будет иметь вид, подобный графику рис. 16. Из рисунка видно, что для любого значения координаты насыщенность становится неоднозначной. Такое положение физически невозможно, и начиная с этого момента времени, невозможно непосредственное применение уравнения (59).

Введение скачка (или фронта) насыщенности позволяет устранить многозначность решения (прямая АВ). Положение скачка насыщенности определяется из условия материального баланса на скачке, так что площади сегментов, заштрихованных на рис. 16 равны.

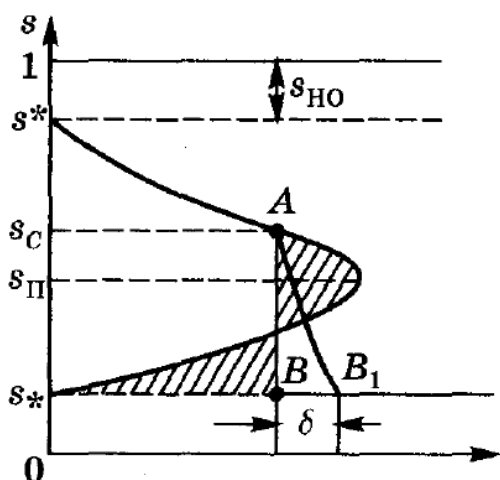


Рис. 16. Схематичный профиль насыщенности.

В действительности введенный математический скачок насыщенности места не имеет, а возникает вследствие пренебрежения капиллярными силами. На самом деле существует некоторая конечная зона длиной δ , в которой насыщенность резко падает от значения s_c до s_* .

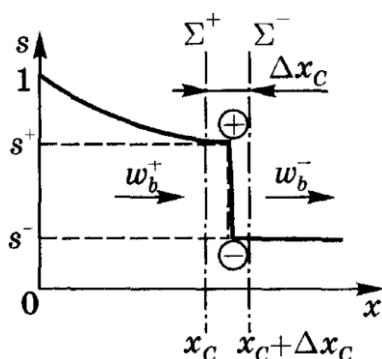


Рис. 17. Схема для составления материального баланса на скачке насыщенности.

Из условия сохранения массы каждой из фаз при прохождении через поверхность фронта можно получить скорость скачка в размерных

величинах:
$$\frac{dx_c}{dt} = v_c = \frac{w_B^+ - w_B^-}{m(s^+ - s^-)} = \frac{w}{m} \frac{f^+ - f^-}{s^+ - s^-}. \quad (60)$$

Здесь и далее индексом «с» - обозначены величины, относящиеся к фронту (скачку) насыщенности, «+»- значения за фронтом, «-» - значения перед фронтом. Равенство (60) имеет простой геометрический смысл:

скорость скачка пропорциональна тангенсу угла наклона к оси s секущей, соединяющей точки кривой $f(s)$, имеющие абсциссы s^+ и s^- (см. рис.14) с коэффициентом пропорциональности w/m , в то время как скорость распространения насыщенности s_c на скачке, в общем случае, определяется тангенсом угла наклона касательной aC к этой же кривой. В безразмерных переменных условие на скачке насыщенности принимает вид:

$$D = \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{f(s^+) - f(s^-)}{s^+ - s^-}.$$

Если насыщенности по обе стороны фронта постоянны (в нашем случае $s^- = s_0$, $s^+ = s_c$), то уравнение можно проинтегрировать и найти положение

$$\text{фронта как функцию времени } \xi_c = \frac{f^+ - f^-}{s^+ - s^-} \tau + \xi_{c0},$$

где ξ_{c0} - положение скачка в начальный момент времени (в нашем случае при постоянном начальном распределении насыщенности $\xi_{c0}=0$).

Для фронтальной насыщенности, как и для любой другой, выполняется равенство $\frac{d\xi}{d\tau} = f'(s)$. Кроме того, скорость скачка определяется равенством (60), в котором $s^- = s_0$, $s^+ = s_c$. Приравняв правые части, получим уравнение для определения фронтальной насыщенности s_c :

$$f'(s_c) = \frac{f(s_c) - f(s_0)}{s_c - s_0}. \quad (61)$$

Заметим, что $f(s_0)=0$ при $0 \leq s \leq s_*$.

Уравнение (61) означает, что в задаче Бакли-Левверетта скорость распространения скачка D равна скорости распространения фронтальной насыщенности.

Это уравнение имеет простую геометрическую интерпретацию (см. рис.15): оно представляет собой уравнение касательной, проведенной из точки $(s_0, f(s_0))$ к кривой $f(s)$, где s_c - абсцисса точки касания. Это дает простой графический способ определения фронтальной насыщенности по известной функции Бакли-Левверетта.

Способ графического построения профиля насыщенности состоит в следующем:

- 1) в соответствии с данными о фазовых проницаемостях жидкостей строится кривая Бакли-Левверетта $f(s)$;
- 2) из точки a на кривой $f(s)$, соответствующей начальной водонасыщенности s_0 в пласте ($0 \leq s_0 \leq s^*$), проводится касательная к $f(s)$;
- 3) насыщенность в точке касания s_c , есть насыщенность, которая устанавливается в пласте непосредственно за фронтом (т.е. s^+);
- 4) отрезок ab на рис.15 представляет величину скачка насыщенности $s_c - s_0$, которая не меняется со временем (стационарный скачок);
- 5) скорость перемещения постоянных насыщенностей, больших s_c , пропорциональна наклону касательных в этой точке.

При численных расчетах для определения насыщенности на скачке вместо решения уравнения удобно использовать эквивалентный способ. За фронтальную насыщенность следует принять те значения s , которые обеспечивают максимум дроби: $\frac{f(s) - f(s_0)}{s - s_0} = \max$. Это условие означает, что на скачке реализуется то значение насыщенности, которое обеспечивает ей наибольшую скорость.

Рассмотренная классическая задача Бакли-Левверетта соответствует случаю кусочно-постоянных начальных данных и слабо-обводненного пласта. Решение задачи о вытеснении нети водой из слабо обводненного пласта имеет вид

$$\begin{aligned} s &= s^* \quad \text{при } \xi = 0, \tau = 0, \\ f(s) &= d\xi/d\tau \quad \text{при } 0 < \xi \leq \xi_c, \\ s &= s_0 \quad \text{при } \xi_c < \xi \leq 1. \end{aligned}$$

Распределение насыщенности в период времени, когда фронт не достиг добывающей галереи (скважины) показано на рис. 18.

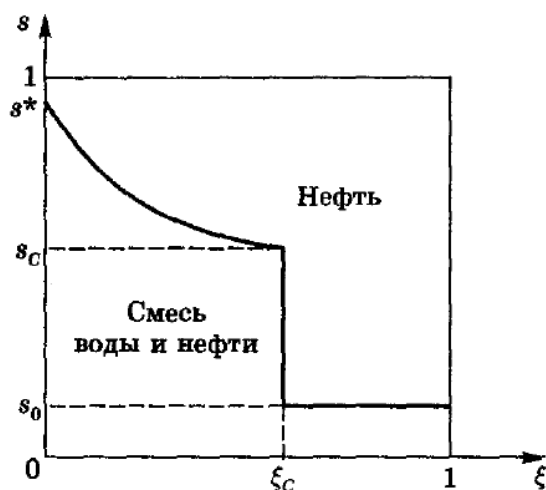


Рис. 18. Кривая распределения водонасыщенности до прорыва воды в галерею.

Заметим, что если пласт сильно обводнен, то разрывное решение не имеет места. В этом случае задача имеет непрерывное решение.

Решением Бакли-Леверетта широко пользуются в нефтяной промышленности для расчета эффективных фильтрационных характеристик вытеснения нефти водой. Например, если рассматривается прямолинейно-параллельное вытеснение, начальная водонасыщенность мала $0 \leq s_0 \leq s_*$, так что $f(s_0)=0$, через сечение $x=0$ закачивается вода с постоянным расходом (следовательно, и с постоянной скоростью), то $x(s) = \frac{w}{m} f'(s)t$.

Положение фронта вытеснения в любой момент времени t определяется как $x_c = \frac{w}{m} f'(s_c)t$. Фронтальную насыщенность s_c находим из (61) при $f(s_0)=0$:

$$(s_c - s_0)f'(s_c) = f(s_c). \quad (62)$$

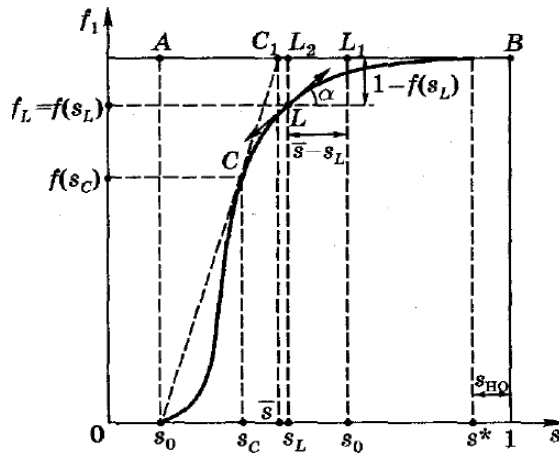


Рис. 19. Графическое определение средней насыщенности и коэффициента конечной нефтеотдачи.

Определение фронтальной насыщенности.

Для простоты зададим относительные фазовые проницаемости в наиболее простом виде $k_B(s) = s^2$, $k_H(s) = (1-s)^2$. Этим фазовым проницаемостям отвечает следующая функция Бакли-Леверетта:

$$f(s) = \frac{s^2}{s^2 + \mu_0(1-s)^2}, \quad \mu_0 = \mu_B / \mu_H. \text{ Ее производная равна } f'(s) = \frac{2\mu_0 s(1-s)}{[s^2 + \mu_0(1-s)^2]}.$$

Подставив значения $f(s)$ и $f'(s)$ в равенство (62), получим

$$s_c^2 + \mu_0(1-s_c)^2 = 2\mu_0(1-s_c), \text{ откуда } s_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{1+\mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_B}{\mu_B + \mu_H}}. \quad (63)$$

Формула указывает на возрастание фронтальной насыщенности с ростом отношения коэффициентов вязкости μ_0 . Полученный качественный результат справедлив и для любых эмпирических зависимостей $k_B(s)$, $k_H(s)$. С ростом отношения вязкостей доля воды в суммарном потоке уменьшается, эффективность вытеснения возрастает. Например, применение пен и загустителей, повышающих вязкость воды, нагнетаемой в нефтяной пласт, может значительно повысить полноту вытеснения и увеличить нефтеотдачу.

Определение средней насыщенности в безводный период добычи.

Важный показатель разработки месторождения – средняя водонасыщенность в зоне смеси, определяемая как отношение объема воды,

содержащейся в пласте в момент времени t к объему порового пространства в зоне смеси:

$$\bar{s} = s_0 + \frac{m\varpi \int_0^{x_c} [s(x,t) - s_0] dx}{m\varpi x_c} = s_0 + \frac{\int_0^{x_c} [s(x,t) - s_0] dx}{x_c}, \quad (64)$$

$$\varpi = Bh.$$

Для вычисления интеграла в числителе перейдем от интегрирования по переменной x к интегрированию по переменной s , используя решение уравнения

$$dx = \frac{w}{m} f''(s) ds; \quad s = s^* \text{ при } x = 0, \quad s = s_c \text{ при } x = x_c, \quad \text{и тогда интегрируя по частям}$$

$$\frac{w}{m} t \int (s - s_0) f''(s) ds = \frac{w}{m} t \left[(s - s_0) f'(s) \Big|_{s^*}^{s_c} - \int_{s^*}^{s_c} f'(s) ds \right] =$$

$$\frac{w}{m} t [(s - s_0) f'(s_c) - f(s_c) + 1] = \frac{w}{m} t,$$

где было учтено, что $f'(s^*) = 0$ и $f(s^*) = 1$. Окончательно, заменив x_c соотношением $x_c = \frac{w}{m} f'(s_c) t$, найдем выражение для средней

водонасыщенности в зоне смеси:

$$\bar{s} = s_0 + \frac{1}{f'(s_c)}. \quad (65)$$

Равенство имеет простой геометрический смысл: средняя насыщенность есть абсцисса точки пересечения касательной к кривой $f(s)$, с прямой $f=1$.

Для известных экспериментальных кривых относительных фазовых проницаемостей средняя насыщенность обычно значительно меньше единицы. Поэтому в процессах вытеснения нефти водой для достаточно полного извлечения нефти из пласта на единицу объема добываемой нефти нужно затратить в несколько раз больше объемов воды.

Расчет коэффициента нефтеотдачи

Другая важная характеристика вытеснения – коэффициент нефтеотдачи. На первой стадии вытеснения коэффициент безводной нефтеотдачи определяется как отношение вытесненного объема нефти к общему объему

пор, занятых нефтью до начала вытеснения. Поскольку в силу предположения о несжимаемости фаз, объем закачанной воды равен объему вытесненной нефти, то

$$\eta_H = s_0 + \frac{m\varpi \int_0^{x_c} [s(x,t) - s_0] dx}{m\varpi x_c (1 - s_0)}. \quad (66)$$

Откуда после вычислений, аналогичных приведенным в п.19, получим

$$\eta_H = [(1 - s_0) f'(s_c)]^{-1}. \quad (67)$$

Используя выражение для средней водонасыщенности в безводный период, можно записать $\eta_H = \frac{\bar{s} - s_0}{1 - s_0}$.

(68)

Для рассмотренных модельных относительных фазовых проницаемостей при $s_0=0$ коэффициент безводной нефтеотдачи равен

$$\eta_H = 2\sqrt{\mu_0} (\sqrt{\mu_0 + 1} - \sqrt{\mu_0}), \quad \mu_0 = \mu_B / \mu_H. \quad (69)$$

Откуда следует, что коэффициент безводной нефтеотдачи увеличивается при увеличении вязкости вытесняющей фазы μ_B или при уменьшении вязкости вытесняемой фазы μ_H .

После прорыва воды через добывающую галерею вводят понятие коэффициента конечной нефтеотдачи

$$\eta_H^0 = \frac{\bar{s}^0 - s_0}{1 - s_0}, \quad \bar{s}^0 = s_0 + \frac{1 - f(s_L)}{f'(s_L)}, \quad (70)$$

где L – расстояние от нагнетательной галереи до добывающей.

Вопросы и задания

1. Вид относительных фазовых проницаемостей системы вода-нефть.
2. Физический смысл функции Бакли-Лeverетта.
3. Как влияет на безводную нефтеотдачу вязкость вытесняющей фазы.
4. Зависимость фронтальной насыщенности от вязкостей фаз.

ЛЕКЦИЯ 8. ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Аннотация. В данной лекции рассматриваются неньютоновские жидкости, дана классификация, особенности их фильтрации. Отмечается, что наличие начального градиента сдвига приводит к необходимости описания релаксационных явлений соответствующими законами фильтрации.

Ключевые слова: скорость сдвига, касательное напряжение, коагуляция, начальный градиент, эффекты релакции, застойные зоны.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий.

Просмотрите фильм о поведении неньютоновской жидкости. После этого следует ответить на теоретические вопросы.

Источники информации

1. Куштанова, Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.-метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников./ Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010. - 44-48 с.
http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromehanika.pdf
2. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.- с.290-315.
3. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах/ Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. –М.: Недра, 1984. – с.74-79, 90.
4. Молокович Ю.М. Пьезометрия окрестности скважин. Теоретические основы// Ю.М. Молокович, А.И. Марков, А.А. Давлетшин, Г.Г. Куштанова / Казань:изд-во «ДАС», 2000-с.28-31
5. Хасанов М.М. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах/М.М. Хасанов, Г.Т.Булгакова Г.Т.- Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003 г.- с.113-121
<http://www.physicedu.ru/phy-153.html>

Глоссарий

Реология (от греч. *rhéos* — течение, поток и... логия), наука о деформациях и текучести вещества.

Вопросы для изучения:

1. Реологические свойства фильтрующихся жидкостей.
2. Классификация неньютоновских жидкостей.
3. Закон фильтрации вязкопластичной жидкости в идеальной пористой среде
4. . Плоскорадиальный фильтрационный поток вязкопластичной жидкости.
5. Образование застойных зон при вытеснении нефти водой.
6. Учет явлений запаздывания в в теории фильтрации

Классификация неньютоновских жидкостей.

Из практики разработки нефтяных месторождений (Башкирии, Татарии и др.) известны факты необычного поведения углеводородов, которые можно объяснить проявлениями неньютоновских свойств. Такие нефти называют аномальными. Особенности фильтрации неньютоновских нефтей связаны с повышенным содержанием высокомолекулярных компонентов — смол, асфальтенов, парафина.

Классификация неньютоновских жидкостей обычно основывается на виде зависимости скорости сдвига $\dot{\gamma} = dv/dr$ от величины касательного напряжения τ . Все неньютоновские жидкости могут быть разбиты на три класса:

1. Системы, для которых скорость сдвига зависит только от величины касательного напряжения, т.е $dv/dr = f(\tau)$, - неньютоновские вязкие жидкости.
2. Системы, для которых скорость сдвига зависит как от величины касательного напряжения, так и от времени $dv/dr = f(\tau, t)$.

Если с течением времени при заданной величине $\dot{\gamma}$ напряжение уменьшается, то жидкость называется тиксотропной, а если возрастает – реопектической.

3. Системы, обладающие свойствами как твердого тела, так и жидкости и частично проявляющие упругое восстановление формы после снятия напряжения – вязкоупругие.

Тиксотропия - специфическое свойство коагуляционных структур.

Разрушение структуры выражается в разрыве контактов между частицами дисперсной фазы, а ее тиксотропное восстановление - в возобновлении этих контактов вследствие подвижности среды и броуновского движения частиц. Восстановление структуры обычно контролируется по увеличению вязкости системы, поэтому явление тиксотропии можно определить как уменьшение вязкости системы во времени при наложении нагрузки и постепенный рост вязкости после снятия нагрузки.

Ярко выраженной тиксотропией обладают суспензии бентонитовой глины с концентрацией дисперсной фазы более 10%. В спокойном состоянии эта система представляет собой пластическое твердообразное тело, которое не течет под действием силы тяжести. После встряхивания суспензия настолько разжижается, что может легко вытекать из сосуда. Через определенное время выдерживания суспензии в спокойном состоянии она снова превращается в нетекучую структурированную систему.

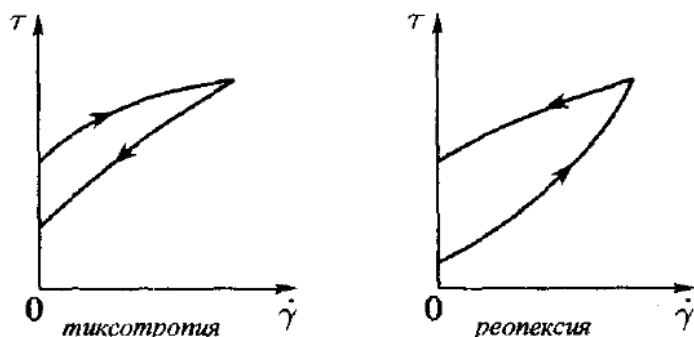


Рис. 20. Зависимость касательных напряжений от скорости сдвига для тиксотропных и реоперических жидкостей.

Неньютоновские вязкие жидкости в свою очередь могут быть разделены на две группы:

- а) жидкости, обладающие начальным напряжением сдвига τ_0 , то есть жидкости, которые начинают течь лишь после того, как касательное напряжение превысит некоторый предел τ_0 ;
- б) жидкости, не обладающие начальным напряжением сдвига.

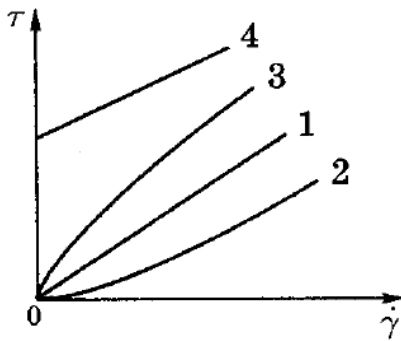


Рис.21. Зависимость касательных напряжений от скорости сдвига для неньютоновских вязких жидкостей. 1 - ньютоновская, 2 - дилатантная, 3 — псевдопластичная, 4 — вязкопластичная .

Для неньютоновских вязких жидкостей можно так же формально ввести понятие вязкости $\mu_a = \tau / \dot{\gamma}$. В отличие от ньютоновских жидкостей величина вязкости не константа, а функция касательного напряжения τ .

Примером жидкости с начальным напряжением сдвига является вязкопластичная жидкость, или жидкость Бингама-Шведова. Ее реологическое уравнение имеет вид

$$\frac{dv}{dr} = \begin{cases} 0, & \tau \leq \tau_0 \\ \frac{\tau - \tau_0}{\mu}, & \tau \geq \tau_0 \end{cases}, \quad (71)$$

где τ_0 -начальное напряжение сдвига, μ - коэффициент пластической вязкости. Модель вязкопластичной жидкости широко используется при описании поведения глинистых растворов, буровых шламов и т.п.

Примером жидкостей, не обладающих начальным напряжением сдвига, могут служить так называемые «степенные жидкости», т.е. для которых

реологическое уравнение имеет вид $\tau = k \left(\frac{dv}{dr} \right)^n$. Величина k – называется консистентностью, а n - индексом течения. Для жидкостей с разным индексом течения величина k имеет разную размерность, откуда следует, что k не имеет физического смысла. При $n < 1$ жидкость называется псевдопластичной, при $n > 1$ – дилатантной. При $n = 1$ соотношение переходит в закон трения Ньютона, т.е. обычное соотношение для ньютоновской жидкости, k совпадает с динамическим коэффициентом вязкости.

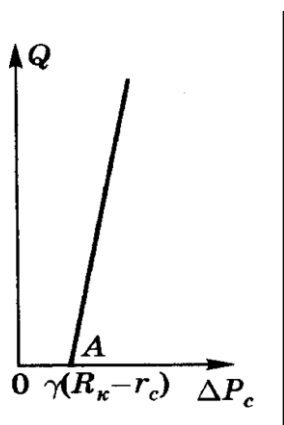


Рис. 22. Индикаторная линия, соответствующая закону фильтрации вязкопластичной жидкости

Важный эффект фильтрации с предельным градиентом давления – возможность образования в пласте застойных зон, где движение нефти отсутствует. Эти зоны образуются в тех участках пласта, где градиент давления меньше предельного.

Многим системам, применяемым в нефтедобыче, присущи явления тиксотропии, реопексии и др. Показано, что для получения качественных результатов при моделировании фильтрации сложных сред необходимо учитывать эффекты релаксации. При этом течение жидкости осуществляется по закону фильтрации, имеющему неравновесный характер, например, [11,12]

$$w + \tau_w \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{k}{\mu} \text{grad} \left(p + \tau_p \frac{\partial p}{\partial t} \right), \quad (72)$$

где τ_w и τ_p – время релаксации скорости фильтрации и давления.

Явление запаздывания может быть обусловлено инерцией скорости, релаксацией давления, сложной структурой пористой среды и пр. Такое явление характерно, например, для трещиновато-пористых сред. Тогда параметры τ_w и τ_p определяются упругоемкостью блоков и коэффициентом, характеризующим обмен жидкостью между блоками и трещинами.

Вопросы и задания

1. Описать явление тиксотропии.
2. К чему приводит в нефтедобыче наличие у нефти начального градиента сдвига.
3. Приведите пример уравнения фильтрации с временем релаксации.
4. Приведите примеры неньютоновских жидкостей из повседневной жизни.

ЛЕКЦИЯ 9. СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ

Аннотация. В данной лекции рассматриваются современные методы интерпретации гидродинамических исследований основанные на использовании производной Бурдэ. Вводится понятие логарифмической производной. Определяются режимы течения фильтрационного потока, их вид на диагностическом графике, присущие им особенности, соответствующие характеристические графики. На практических занятиях осваивается ПО Сапфир.

Ключевые слова: тип фильтрационного потока, производная Бурдэ, диагностический график, характеристический график, наклон графика.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы.

При определении типа режима фильтрационного течения обращать внимание на вид и размер области в котором в данный интервал времени происходит течение и вид траекторий движения частиц.

Обратить внимание на соответствие значения наклона фильтрационного режима на диагностическом графике и выбором оси абсцисс при построении характеристического графика соответствующего режима течения.

Изучить ПО Сапфир. Выполнить задания по теме.

Источники информации

1. Карнаухов М.Л. Современные методы гидродинамических исследований скважин: справочник инженера по исследованию скважин : уч. пос. для студ. высших учебных заведений/ М. Л. Карнаухов, Е. М. Пьянкова.— Москва : Инфра-Инженерия, 2013 .— с.152-155

2. Bourdet D. Well test analysis: the use of advanced interpretation models/D. Bourdet.- Elsevier, 2002.- p.6-22, 36-42, 47,55, 62, 69, 88.

3. Houze O. Dynamic Flow Analysis /Olivier Houze, Didier Viturat, Ole S. Fjaere.-KAPPA, 2012._гл.5. с.1-4, гл.6. с.1-17. // <http://www.kappaeng.com/default.aspx> .

Глоссарий

Log-цикл – расстояние между отметками на оси, по которой отложен десятичный логарифм времени.

Вопросы для изучения:

1. Типичные режимы фильтрационных потоков для вертикальной, горизонтальной и скважины с ГРП, для бесконечного, ограниченного и пласта с одним нарушением.
2. Коэффициент влияния ствола скважины.
3. Билогарифмический график.
4. Логарифмическая производная давления.
5. Характеристические графики различных течений.

Типы фильтрационных потоков.

Неустановившаяся фильтрация пластовых флюидов к вертикальным и горизонтальным скважинам может происходить по сложным

пространственным траекториям движения. При математическом моделировании сложных течений – создании теоретических моделей – используется приближенный прием замены сложных траекторий течения простыми одномерными фильтрационными потоками и их комбинациями [10,13].

Плоскорадиальный фильтрационный поток (РФП). РФП схематически представлен на рис.23. Радиальный режим течения наиболее значимый режим с точки зрения интерпретации данных гидродинамических исследований. При радиальной режима течения линии тока направлены по радиусу круга (области питания скважины) к скважине, находящейся в центре этого круга.



Рис.23. Плоскорадиальный фильтрационный поток

Линейный режим течения (фильтрационного потока) характеризуется параллельностью линий тока, как правило, к трещине или горизонтальной скважине.

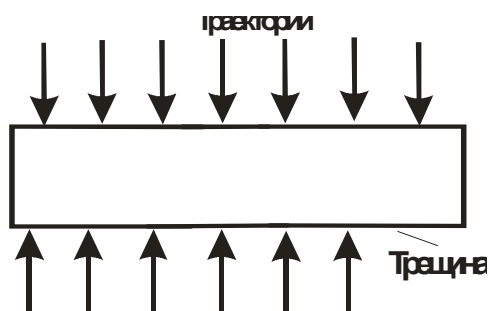


Рис.24. ЛФП в пласте к трещине

На более поздних временах формируется псевдорadiaльный поток к трещине.

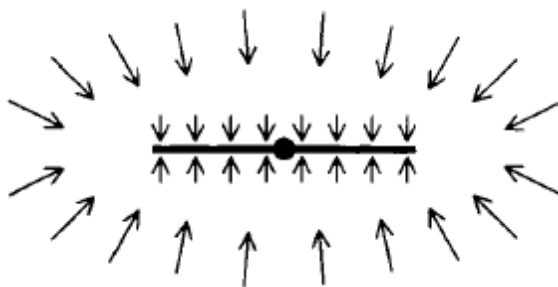


Рис.25. Псевдорadiaльный поток к трещине.

Билинейный фильтрационный поток. Схематически изображен на рис.26, представляет собой сложный поток, состоящий из одновременного проявления двух линейных фильтрационных потоков.

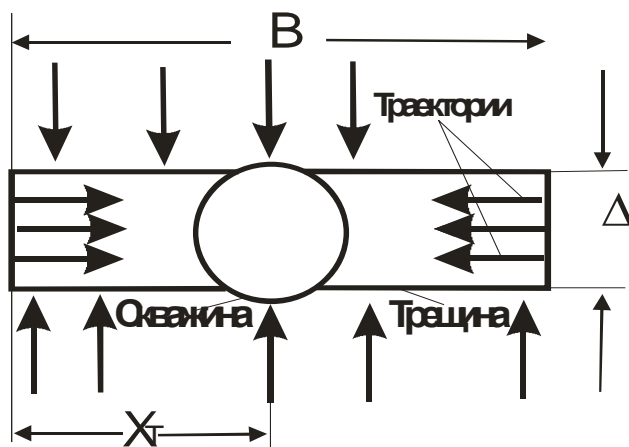


Рис.26. Билинейный фильтрационный поток к скважине

Сферический режим течения. Сферический режим течения – линии тока сходятся в одной точке (в трехмерной области), примерно в центр шара. Наблюдается в скважине с частичным вскрытием пласта или частичной перфорацией в начальный период неустановившегося течения.

Производные давления и их использование при анализе результатов исследования скважин. Производная Бурдэ.

В 1983 г. группа французских ученых во главе с Bourdet опубликовали серию статей, где предложили использовать производную давления для анализа КВД-КВД как весьма чувствительное и мощное средство [16]. В частности, предлагалось использовать так называемую логарифмическую производную (рис.24). Очевидно, что

$$P'_\delta = \frac{\partial P_\delta}{\partial (\ln t_\delta)} = \frac{\partial P_\delta}{\partial t_\delta} \frac{\partial t_\delta}{\partial (\ln t_\delta)} = t_\delta \frac{\partial P_\delta}{\partial t_\delta}, \quad (73)$$

где t_δ P_δ – безразмерные время и давление соответственно.

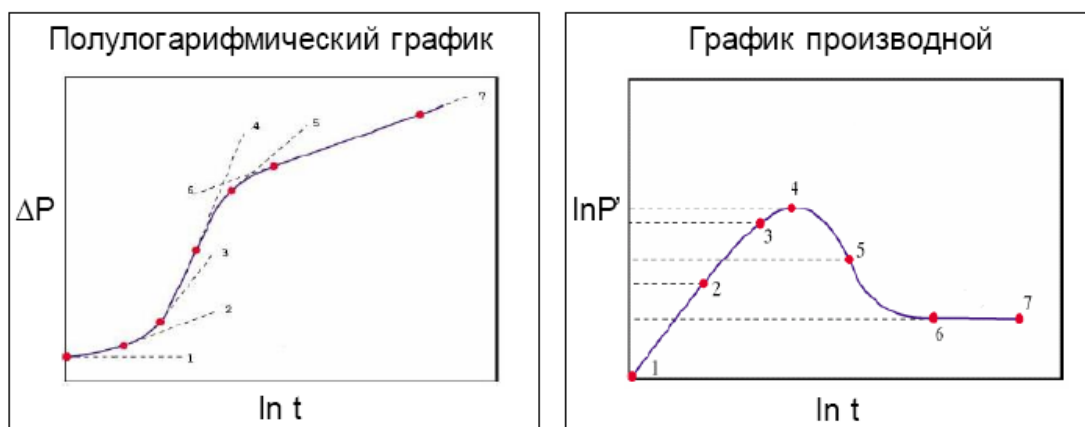


Рис.27. Иллюстрация соответствия точек полулогарифмического графика давления и билогарифмического графика логарифмической производной давления(производной Бурдэ).

В обобщенной форме уравнения для частных видов потока можно представить как

$$P_\delta = C t_\delta^n + A,$$

где C и A – некоторые постоянные параметры каждого типа потока, $n=1$; 0.5; 0.25 для периода влияния ствола скважины (ВСС), ЛФП, БЛФП соответственно.

Если в билогарифмических координатах $[\lg t_{\delta}, \lg \frac{\partial P_{\delta}}{\partial \lg t_{\delta}}]$ нанести

соответствующие кривые простейших одномерных фильтрационных потоков по зависимостям, то все эти графики представятся характерными прямолинейными графиками с соответствующими уклонами.

График давления и логарифмической производной (производной Бурдэ) в билогарифмических координатах называется также диагностическим. По нему определяются режимы фильтрационных потоков, временной интервал существования конкретного вида потока.

Вид потока (режим фильтрационного течения)	Наклон прямолинейного участка на диагностическом графике	Координаты специализированного графика	Уравнение в безразмерных переменных
Радиальный	0	$\lg t, P$	$P=A*\lg t+B$
Линейный	0.5	$t^{0.5}, P$	$P=A*t^{0.5}+B$
Билинейный	0.25	$t^{0.25}, P$	$P=A*t^{0.25}+B$
Сферический	-0.5	$t^{-0.5}, P$	$P=A*t^{-0.5}+B$
Псевдоустановившийся	1	t^1, P	$P=A*t+B$
Влияние ствола скважины (ВСС)	1	t^1, P	$P=A*t+B$

Для каждого из режимов течения также используется свой специализированный график, используемые оси координат приведены в таблице. На специализированном графике соответствующий режим течения представляется прямолинейным участком, по наклону которого определяются параметры пласта (гидропроводность, проницаемость, возможно скин).

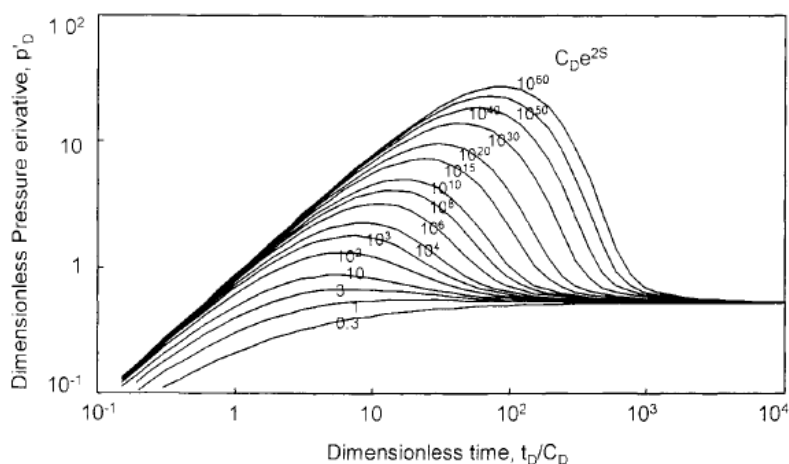


Рис.28. Логарифмическая производная давления от времени в билогарифмических координатах. Случай радиального притока в однородном резервуаре, учитывается влияние ствола скважины и наличие скин-эффекта.

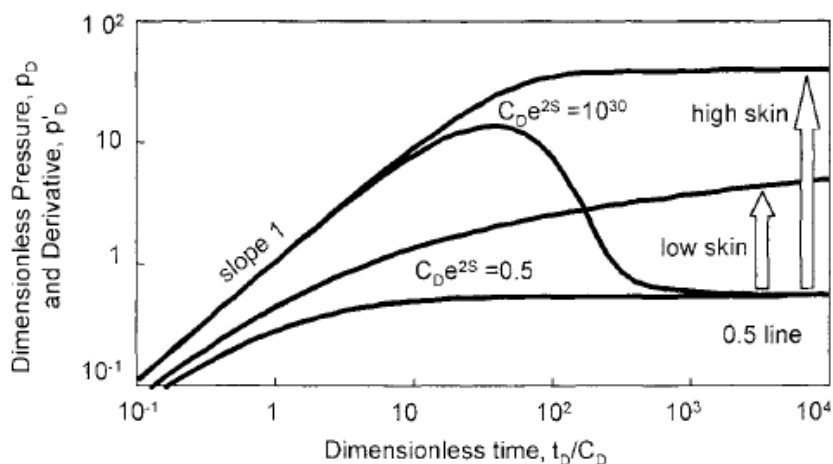
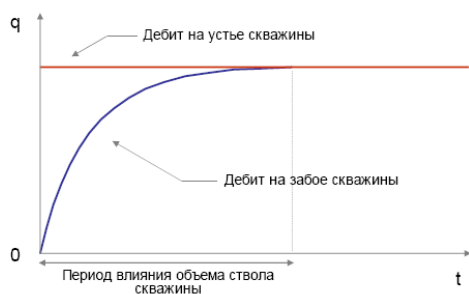


Рис.29. Совмещенные графики (давление и логарифмическая производная давления) в билогарифмических координатах. Случаи низкого и высокого скин-эффекта.

Влияние ствола скважины.

При проведении исследований, как правило, дебит контролируется на устье скважины. Поведение дебита на забое скважины не совпадает с поведением его на устье. Постоянство дебита на устье не равносильно постоянству его на забое скважины. Это явление называется влиянием объема ствола скважины (ВСС) на перераспределение забойного давления. ВСС вызывается рядом причин, из которых основные:

- Расширение (сжатие) флюида в стволе скважины
- Меняющийся уровень флюида в стволе скважины



$$C_s = -\frac{\Delta V}{\Delta P} \quad \text{— коэффициент влияния объема ствола скважины}$$

Рис.30. Влияние ствола скважины.

Период, когда дебит на забое меняется, называется периодом влияния ствола скважины. ВСС характеризуется коэффициентом влияния ствола скважины, который определяется как изменение объема флюида в стволе скважины на единицу изменения забойного давления $C_s = -\Delta V / \Delta P$, измеряется в $\text{м}^3/\text{атм}$.

Эмпирическое правило окончания эффекта ВСС.

Если нанести график забойного давления как функцию от времени в билогарифмических координатах, то конец периода ВСС определяется как время, которое отстоит от конца доминирующего ВСС (единичный наклон) на 1.5 логарифмических цикла.

Радиальный фильтрационный поток.

Основная формула теории упругого режима фильтрации имеет вид

$$\Delta P(r_c, t) = P_k - P_c = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2.25\kappa}{r_c^2} + \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln t = B + i \ln t.$$

Или в безразмерной форме

$$\Delta P_\delta(r_\delta, t_\delta) \approx \frac{1}{2} \left(\ln \frac{t_\delta}{r_\delta^2} + 0.80907 \right).$$

Универсальный билогарифмический график, показан на рис.28.

Начальный участок представляет собой прямолинейный график с уклоном 1-

ВСС. «Горб» производной соответствует скиновой зоне в ближайшей окрестности скважины. Время начала РФП определяется в соответствии с «эмпирическим правилом 1.5 цикла», заключающемся в том, что РФП начинается спустя 1.5 цикла после окончания периода влияния ствола скважины. Именно с этого момента формула становится справедливой.

Специализированным графиком РФП служит его полулогарифмическая анаморфоза в координатах $[\lg t, \Delta P_c(t)]$ или $[\lg \frac{T+t}{t}, \Delta P_c(t)]$, а диагностическим признаком является наличие прямолинейного участка.

Используя угол наклона этой прямой i и отрезок, отсекаемый на оси ординат при ее экстраполяции В, можно определить параметры пласта.

$$\begin{aligned} \frac{kh}{\mu} &= \frac{2.3Q}{4\pi i}; \\ \frac{\kappa}{r_c^2} &= \frac{1}{2.25} 10^{\frac{B}{i}}; \end{aligned} \quad (74)$$

Необходимо обратить внимание, что пьезопроводность пласта отдельно не определяется, а только в комплексе с радиусом. Этот метод носит название метода касательной или метода Миллера, Дайеса, Хатчинсона (МДХ или MDH).

Путем обработки КВД определяется гидропроводность пласта. Пьезопроводность пласта лучше определять по данным исследования пласта методом гидропрослушивания. Тогда, зная эти два параметра и радиус скважины по долоту, расчетным путем определяют скин-эффект:

$$s = 1.1513 \left(\frac{p(t) - p(0)}{m} - \lg \frac{tk}{\phi \mu c_t r_w^2} + 3.0923 \right), \quad (75)$$

Значение $p(t)$ обязательно надо брать в такой точке, которая лежит на прямой. Для упрощения вычислений, часто рекомендуют использовать момент времени равный 1 часу. При этом если точка, соответствующая моменту времени 1 час, не лежит на прямой, депрессию на 1 час необходимо считывать с продолжения прямолинейного участка.

Метод Хорнера. Рассмотрим теперь случай мгновенного прекращения притока в скважину после ее остановки при длительности работы скважины до остановки, соизмеримой с длительностью остановки. Если скважина к моменту остановки работала с дебитом Q в течение времени T , то давление на забое скважины определяется по формуле

$$P_c(t) = P_{пл} + \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{t}{T+t}. \quad (76)$$

Естественно, в соответствии со структурой, обрабатывать выражение (76) следует в координатах $P_c(t), \ln \frac{t}{T+t}$. Такой метод представления данных называется методом Хорнера. Формула (76) также позволяет определять гидропроводность, но не позволяет определять комплекс $\frac{\kappa}{r_c^2}$. Однако, если экстраполировать прямолинейный участок КВД до пересечения с осью ординат $\ln \frac{t}{T+t} = 0$, то точка пересечения будет соответствовать p^* . В простейшем случае это значение пластового давления, но обычно требуется введение поправки.

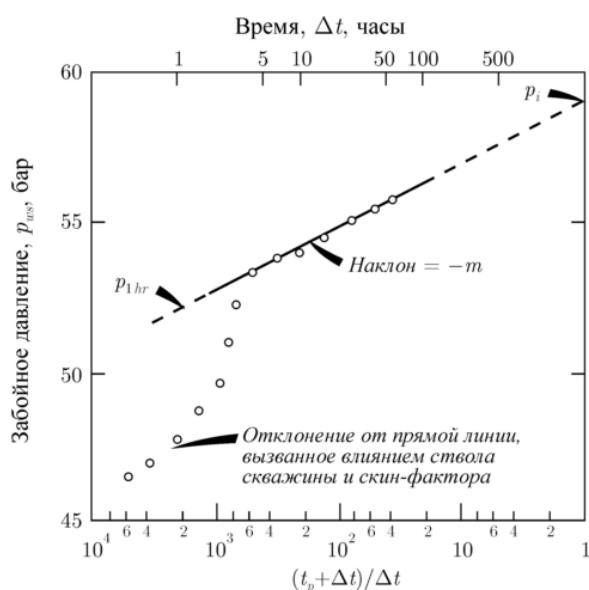


Рис. 31. График Хорнера для КВД, показывающий эффекты влияния ствола скважины и скин-фактора [14]

$$s = 1.1513 \left(\frac{p(\Delta t) - p_{wf}(\Delta t=0)}{m} + \lg \frac{t_p + \Delta t}{t_p \Delta t} - \lg \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} + 3.0923 \right). \quad (77)$$

Вопросы и задания

1. Что определяют по диагностическому графику.
2. Какой характеристический график необходимо применять в зависимости от режима течения.
3. Правило 1.5 лог-цикла.
4. Численные значения наклонов, соответствующих различным видам фильтрационных потоков.

ЛЕКЦИЯ 10. Анализ кривых восстановления и падения давления с помощью специализированного ПО Сапфир

Аннотация. В данной лекции рассматриваются методы интерпретации гидродинамических исследований скважин с применением лицензионного программного продукта Сапфир фирмы КАППА. Рассматриваются течения в скважине с трещиной гидроразрыва (ГРП) трещиновато-пористые среды. Анализируются отражение на диагностическом графике различных видов границ. На практических занятиях осваивается ПО Сапфир.

Ключевые слова: режимы течения, диагностический график, характеристический график, наклон графика, границы, истощаемый пласт, трещиновато-пористый пласт.

Методические рекомендации по изучению темы. Вначале необходимо изучить теоретическую часть с определениями основных понятий. После этого следует ответить на теоретические вопросы.

При определении типа режима фильтрационного течения обращать внимание на вид и размер области в котором в данный интервал времени происходит течение и вид траекторий движения частиц.

Обратить внимание на соответствие значения наклона фильтрационного режима на диагностическом графике и выбором оси абсцисс при построении характеристического графика соответствующего режима течения.

Изучить ПО Сапфир. Выполнить задания по теме.

Источники информации

1. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах/ Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. –М.: Недра, 1984. – с.104-116.
2. Голф-Рахт, Т.Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. – М.: Недра, 1986. –с.320-329.
3. Карнаухов М.Л. Современные методы гидродинамических исследований скважин : справочник инженера по исследованию скважин : уч. пос. для студ. высших учебных заведений/ М. Л. Карнаухов, Е. М. Пьянкова.— Москва : Инфра-Инженерия, 2013 .— с.156-163.
4. Bourdet D. Well test analysis: the use of advanced interpretation models/D. Bourdet.- Elsevier, 2002.- p. 47,55, 62, 69, 88, 183, 206, 212, 227, 240.
5. Houze O. Dynamic Flow Analysis /Olivier Houze, Didier Viturat, Ole S. Fjaere.- KAPPA, 2012._ , гл.6. p.1-17, гл.7. p.1-6, 17-20. // <http://www.kappaeng.com/default.aspx> .

6. Мангазеев П.В. Гидродинамические исследования эксплуатационных и нагнетательных скважин / Мангазеев П.В., Панков М.В., Кулагина Т.Е., Камартдинов М.Р. - Томск, 2003.- с.

<http://www.kappaeng.com/default.aspx>

Глоссарий

Гидроразрыв пласта (ГРП) — один из методов интенсификации работы нефтяных и газовых скважин и увеличения приёмистости нагнетательных скважин. Метод заключается в создании высокопроводимой трещины в

целевом пласте для обеспечения притока добываемого флюида к забою скважины.

Вопросы для изучения:

1. Вертикальная скважина с трещиной бесконечной проводимости, конечной проводимости.
2. Несовершенная по степени вскрытия скважина.
3. Горизонтальная скважина.
4. Влияние границ области: закрытый истощаемый пласт, постоянного давления, одиночный разлом, два параллельных разлома.
5. Трещиновато-пористый коллектор.

Скважина с трещиной ГРП

Существует две модели трещины: с высокой или бесконечно высокой проводимостью (нулевым динамическим перепадом давления) и конечной проводимостью. При высокой проводимости мы принимаем, что динамическое падение давления внутри трещины является ничтожно малым. В случае низкой проводимости мы моделирует в пределах трещины движение.

Модель трещины с высокой проводимостью можно разделить на две подкатегории: модель бесконечно высокой проводимости исходит из нулевого динамического перепада давления в трещине. Модель однородного притока исходит из однородной добычи на единицу длины трещины. В реальной жизни лучшее соответствие обычно дают именно неустановившиеся режимы однородного потока, и это можно объяснить тем фактом, что продуктивность трещины заданной длины с однородным потоком немного ниже, чем с бесконечно высокой проводимостью, поэтому, возможно, это лучше имитирует небольшие потери давления в трещине. Если решения лишь чуть-чуть отличаются в плане отклика давления, то распределения дебита разнятся значительно.

Трещины с высокой проводимостью

На диагностическом графике отмечается линейный режим течения

Трещина с конечной проводимостью

Это режим билинейного потока, где линейный поток идет по двум осям, повышает отклик давления пропорционально корню времени четвертой степени. На диагностическом графике представлен четвертичный уклон при билинейном течении. Билинейный поток сопровождается обычным линейным потоком, который характеризуется половинным единичным уклоном на двойной логарифмической шкале. Режим билинейного потока обычно возникает на самом раннем этапе времени, и замечен не всегда.

Линейный фильтрационный поток.

$$\Delta P_c(t) = \frac{2Q\mu}{Bkh} \sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}} = i_0 t^{0.5}.$$

Из анализа уравнений следует, что график изменения давления в координатах $[\sqrt{t}, \Delta P_c(t)]$ представляет собой специализированный прямолинейный график, который выходит из начала координат и имеет уклон равный

$$i_0 = \frac{2Q\mu}{Bkh} \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} = \frac{Q\mu}{x_T kh} \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}}. \quad (78)$$

Скважины с трещиной ГРП могут иногда выходить на билинейный режим течения вместо или дополнительно к линейному режиму притока. Он возникает из-за перепада давления в самой трещине (трещина конечной проводимости). Термин относится к случаю, когда существует одновременно два взаимно перпендикулярных линейных притока. Может на диагностическом графике быть скрыт ВСС.

Границы

Одиночный непроницаемый разлом (экран)

Математической модели единичного непроницаемого разлома может соответствовать несколько геологических ситуаций, таких как

- Непроводящий сброс или взброс
- Литологическое замещение
- Несогласное залегание пород

Сменяют друг друга следующие режимы течения:

- ВСС
- Радиальное течение
- полурадиальное

В полулогарифмических координатах график КВД при наличии одиночного разломы (экрана) состоит из двух прямолинейных участков. Уклон графика для малых времен в 2 раза меньше, чем для больших времен. Причем, если имеется непроницаемый экран, то график на втором участке отклоняется вверх, а если имеется контур питания, то – вниз [2,9,16].

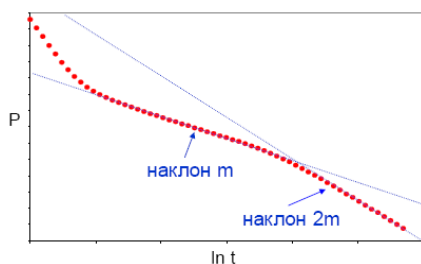


Рис. 32. Полулогарифмический график

На диагностическом графике приведет к появлению первой площадки стабилизации (радиальный фильтрационный поток) и второй, расположенной на уровне в 2 раза выше (полурадиальный фильтрационный поток)

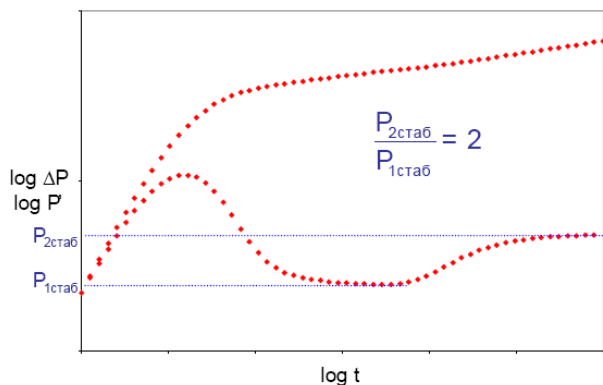


Рис. 33. Диагностический график

Канал (две параллельные границы)

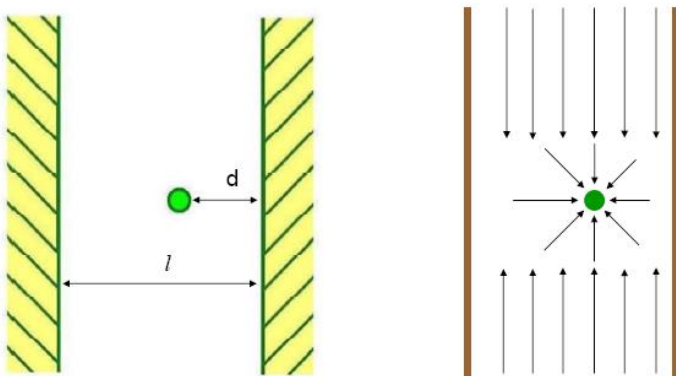


Рис.34. Течение в канале.

На протяжении исследования в скважине, находящейся в канале, последовательно сменяют друг друга следующие режимы течения:

- ВСС
- Радиальное течение
- Влияние ближайшей границы, наблюдается, если скважина сильно смещена относительно центра канала
- Линейное течение

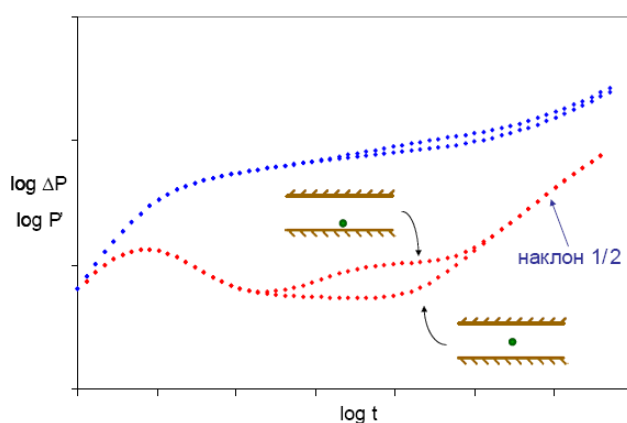


Рис. 35. Диагностический график

Для линейного режима специализированный график строится в координатах $[\sqrt{t}, p]$

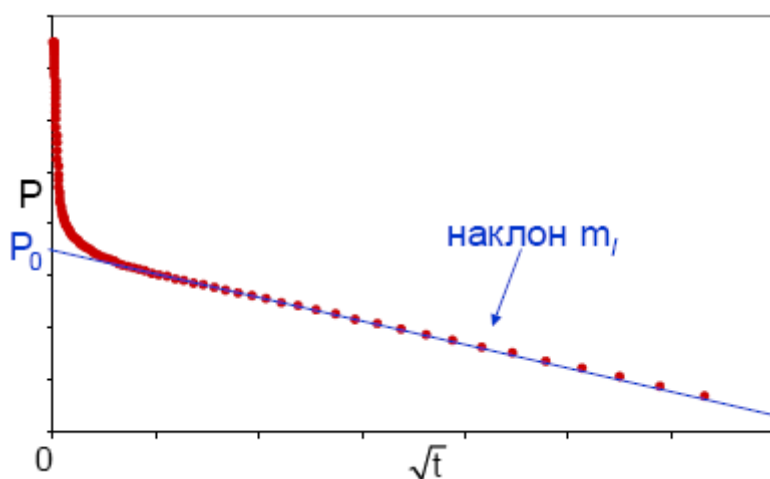


Рис.36. Специализированный график для линейного течения

Граница постоянного давления характеризуется стабилизацией давления на КВД-КПД, поэтому производная давления обращается в нуль.

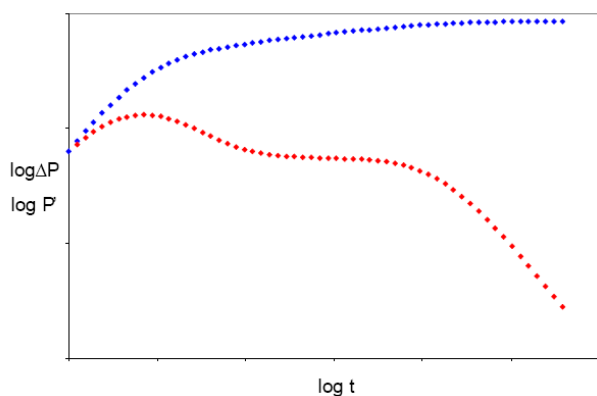


Рис.37. Диагностический график для случая границы с постоянным давлением

Замкнутый пласт.

До тех пор, пока зона сжимаемости не достигла границ пласта, пласт ведет себя как бесконечный. Когда зона сжимаемости достигла всех границ, причем границы непроницаемые, режим течения становится псевдоустановившимся, забойное давление меняется линейно со временем. Давление на границе падает по мере разработки — логарифмическая производная растет с наклоном 1 [15,16,17].

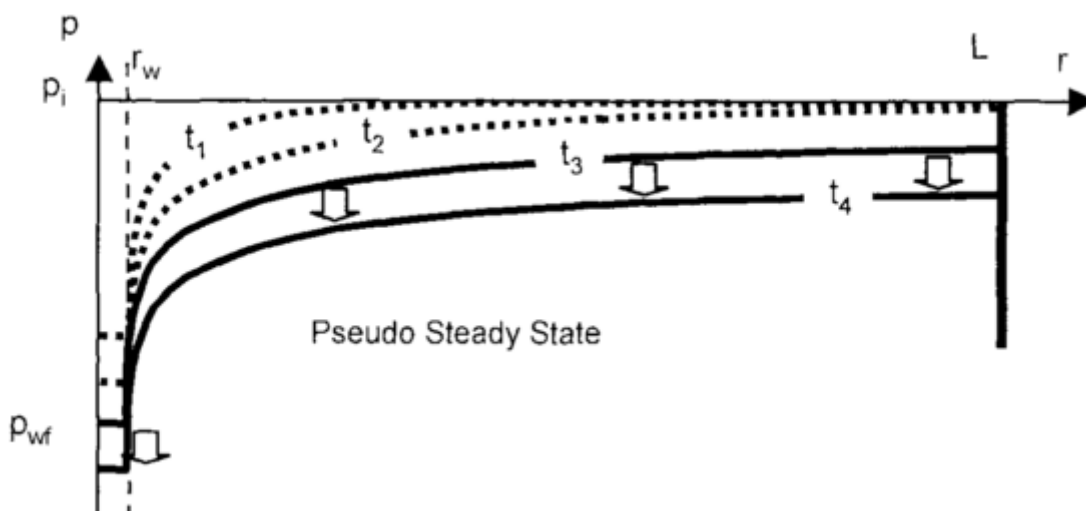


Рис.38. Замкнутый круговой пласт, профиль давления в пласте.

Время t_1 – граница не достигнута, профиль давления изменяется как в бесконечном пласте.

Время t_2 – граница достигнута, конец поведения давления как в бесконечном пласте.

Время t_3 – псевдоустановившийся режим, давление падает во всем пласте, профиль давления сохраняет форму.

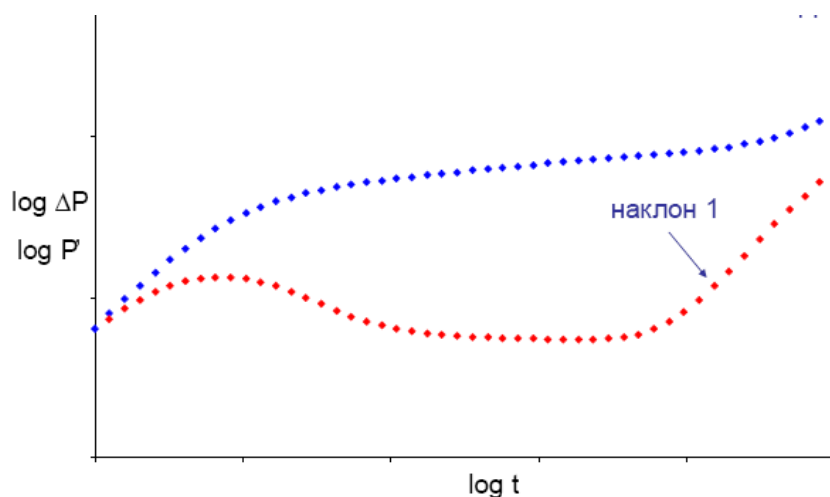


Рис.39. Диагностический график для случая замкнутого истощаемого пласта

Чередование режимов

Скважина-пласт-граница	Чередование режимов	Проявление на диагностическом графике
Вертикальная, бесконечный	Радиальный	Горизонтальный участок
Вертикальная, единичный разлом	Радиальный, полурадиальный	Начальный горизонтальный от участок, конечный горизонтальный от участок на уровне вдвое выше
Вертикальная с трещиной бесконечной проводимости, бесконечный	Линейный, псевдорадиальный	Прямая с наклоном 0.5, горизонтальный участок
Вертикальная с трещиной конечной проводимости, бесконечный	Билинейный, линейный, псевдорадиальный	Прямая с наклоном 0.25, прямая с наклоном 0.5, горизонтальный участок
Вертикальная, радиально композитный пласт	Радиальный	Начальный горизонтальный участок, переход на другой горизонтальный участок выше или ниже
Вертикальная в центре канала	Радиальный, линейный	Горизонтальный участок, прямая с наклоном 0.5
Горизонтальная	Радиальный в вертикальной плоскости, линейный, псевдорадиальный	Начальный горизонтальный участок, прямая с наклоном 0.5, конечный горизонтальный участок
Пласт трещиновато-пористый		Провал, горизонтальный участок Может быть горизонтальный участок, провал, горизонтальный участок

Граница постоянного давления		Производная стремится к нулю

Фильтрация в трещиновато-пористых коллекторах

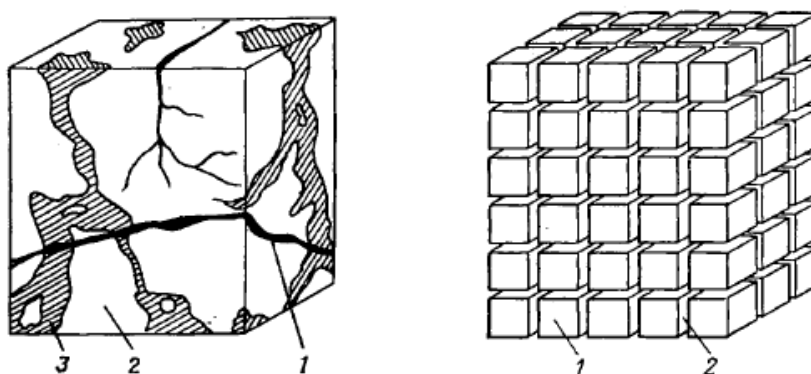


Рис. 40. Пример трещиновато-пористого коллектора и его модельное представление.

Модель фильтрации Баренблатта.

Уравнения течения в трещиноватых пластах с двумя видами пустотности были сформулированы Баренблаттом с соавторами исходя из континуального подхода (условия непрерывности) (см., например, [4,7]). По Баренблатту обе среды – система трещин и блоки - рассматриваются как две сплошные среды вложенные одна в другую. Уравнения движения и сохранения массы записываются независимо для каждой среды. Переток жидкости из одной среды в другую учитывается введением функции источника – стока в уравнениях сохранения массы. Предполагается, что пласт однороден, изотропен, течение в обеих средах подчиняется закону Дарси. Считается, что жидкость слабосжимаема. В этих предположениях математическая модель фильтрации в радиальных координатах выглядит следующим образом:

$$w_1 = -\frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial r}, \quad w_2 = -\frac{k_2}{\mu} \frac{\partial p_2}{\partial r},$$

$$\frac{\rho_0}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rw_1) + \frac{\partial}{\partial t} (m_1 \rho) - q = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (m_2 \rho) + q = 0,$$

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta^* (p - p_0)); \quad (79)$$

$$m_i = m_{i0} + \beta_i' (p_i - p_0); \quad i = 1, 2;$$

$$q = \alpha \frac{\rho_0 k_2}{\mu l^2} (p_2 - p_1) = \rho_0 \tilde{A} (p_2 - p_1).$$

Здесь индекс 1 относится к трещинам, 2 – к блокам, p - давление, m - пористость, ρ - плотность, w - скорость фильтрации, t - время, r - радиальная координата, k - проницаемость, μ - вязкость, β - сжимаемость, α - безразмерный коэффициент, l - характерный размер блока.

Для давлений имеем систему уравнений:

$$m_1 \beta_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{k_1}{\mu} \Delta p_1 - \frac{S k_2}{\mu} (p_2 - p_1) = 0,$$

$$m_2 \beta_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} - \frac{k_2}{\mu} \Delta p_2 + \frac{S k_2}{\mu} (p_2 - p_1) = 0, \quad (80)$$

где S – поверхность контакта между блоками и трещинами, $m_i \beta_i = \beta_i' + m_i \beta^*$.

Модель фильтрации Уоррена и Рута.

Уоррен и Рут (см., например, [7]) представили в несколько уточненной постановке решение той же задачи. Они учитывали сжимаемость трещин и пренебрегли движением жидкости в блоках матрицы, т.е. $w_2 = 0$.

Соответствующие уравнения имеют вид

$$m_2 \beta_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} + \frac{S k_2}{\mu} (p_2 - p_1) = 0,$$

$$m_1 \beta_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{k_1}{\mu} \Delta p_1 - \frac{S k_2}{\mu} (p_2 - p_1) = 0. \quad (81)$$

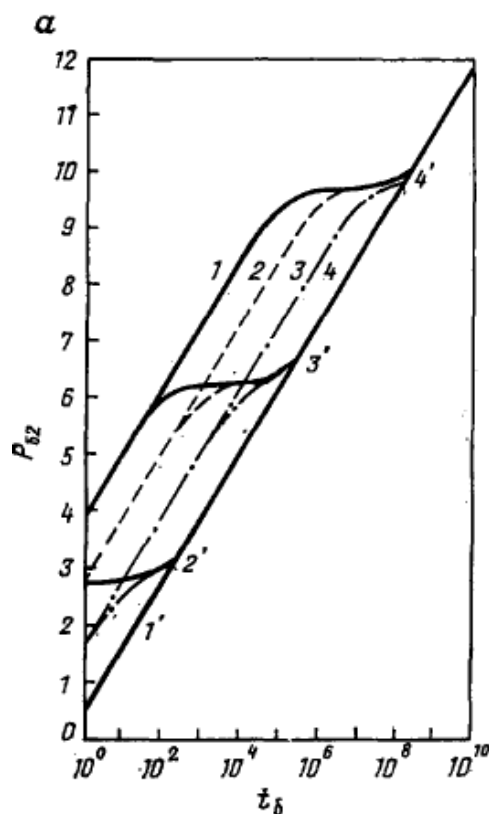


Рис.41. КВД трещиновато-пористого пласта.

На графике рис.23 четко выделяются три характерные области. Первая область соответствует ранней стадии добычи, когда жидкость поступает главным образом из трещин за счет их упругоёмкости. Этот участок КПД-КВД является линейным в полулогарифмических координатах. Если вмещающей способностью трещиноватой системы можно пренебречь, то начало добычи характеризуется скачком давления. Первый линейный участок проявляется на очень ранних моментах времени и на реальных кривых может быть не обнаружен или замаскирован влиянием ствола скважины.

Вторая область соответствует переходной стадии, на которой зависимость давления от времени в трещинах остается приблизительно постоянной, что соответствует ранним стадиям снабжения трещинной системы жидкостью из блоков.

Третья область соответствует большим значениям времени, когда достигается квазистационарное течение и весь пласт работает как эквивалентный однородный пласт. Поскольку проницаемость блоков низка по

сравнению с проницаемостью трещин, ею можно пренебречь, то добыча из эквивалентного однородного пласта определяется проницаемостью трещин. Наклон позднего линейного участка совпадает с наклоном раннего линейного.

Период притока из матрицы в трещину характеризуется скачком производной давления вниз на билогарифмическом графике. Систему описывают 2 параметра:

доля связанного порового объема, занятого трещинами

$$\omega = \frac{(\phi V c_t)_f}{(\phi V c_t)_f + (\phi V c_t)_m} = \frac{(\phi V c_t)_f}{(\phi V c_t)_{f+m}},$$

она определяет глубину «провала».

И параметр межпоровых (из блоков в трещины и наоборот) перетоков

$$\lambda = \alpha k_m r_c^2 / k_f,$$

определяющий время начала перехода и скорость реагирования матриц.

Индекс f – относится к трещинам, m – к матрице (блокам), ϕ – пористость, c_t – общая сжимаемость, V – объем.

Уменьшение доли трещинно-кавернозной емкости приводит к увеличению скачка (вниз) на производной, т.к. чем ниже данный коэффициент, тем больше в пласте матричной емкости.

Уменьшение коэффициента удельной проводимости ведет к сдвигу начала переходного режима на более поздний момент времени, т.к. с уменьшением данного коэффициента уменьшается и задерживается способность матрицы участвовать в фильтрации [4,7,17].

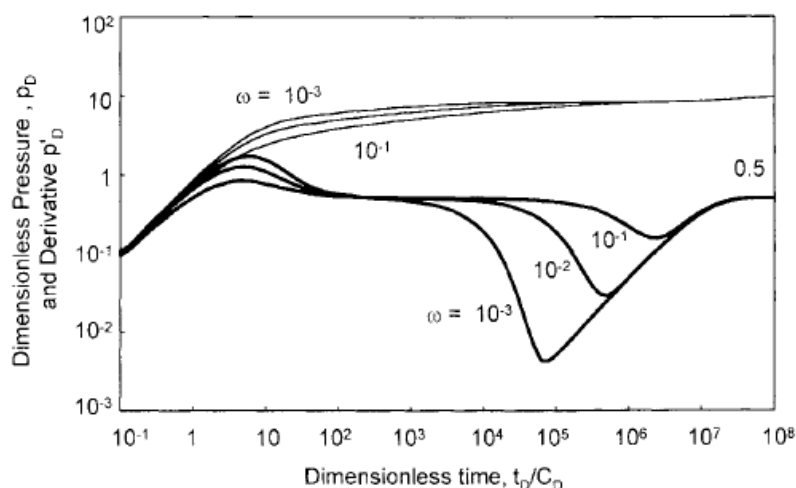


Figure 4.7. Influence of ω on pressure and derivative log-log curves, p_D versus t_D/C_D . $C_{Df+m}=1$, $S=0$, $\lambda=10^{-7}$, $\omega=10^{-1}$, 10^{-2} and 10^{-3}

On the derivative responses of Figure 4.7, the depth of the characteristic valley is a function of the transition duration. For small ω values, *long transition* regimes correspond to *deep valleys* on derivative. The minimum of the valley is given, from Equation 4.23, by:

Рис.42. Влияние параметра ω на вид диагностического графика.

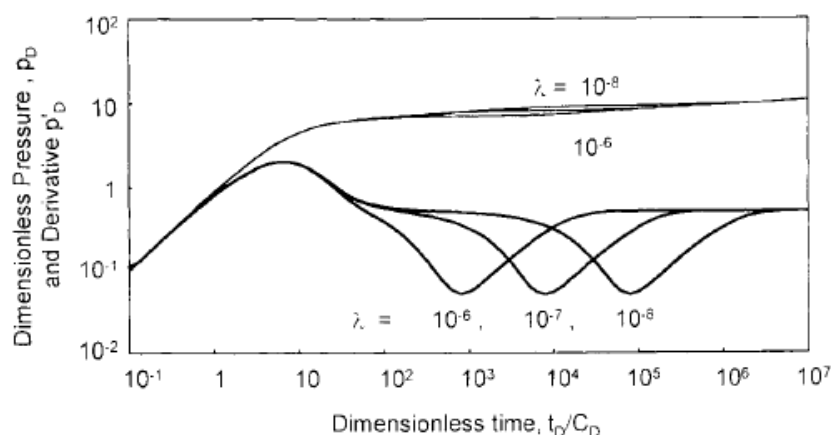


Figure 4.9. Influence of λ on pressure and derivative log-log curves, p_D versus t_D/C_D . $C_{Df+m}=100$, $S=0$, $\omega=0.02$, $\lambda=10^{-6}$, 10^{-7} and 10^{-8} .

Рис.43. Влияние параметра λ на вид диагностического графика.

Радиально-композитная модель

В процессе заводнения вокруг нагнетательной скважины образуется зона повышенной водонасыщенности – заводненная зона. Далее присутствует переходная зона с водонасыщенностью выше начальной. И на каком-то расстоянии – чисто нефтяная зона. Такая модель называется композиционной,

свойства флюида постоянны в пределах каждой зоны и резко меняются при переходе одной зоны в другую [16,17].

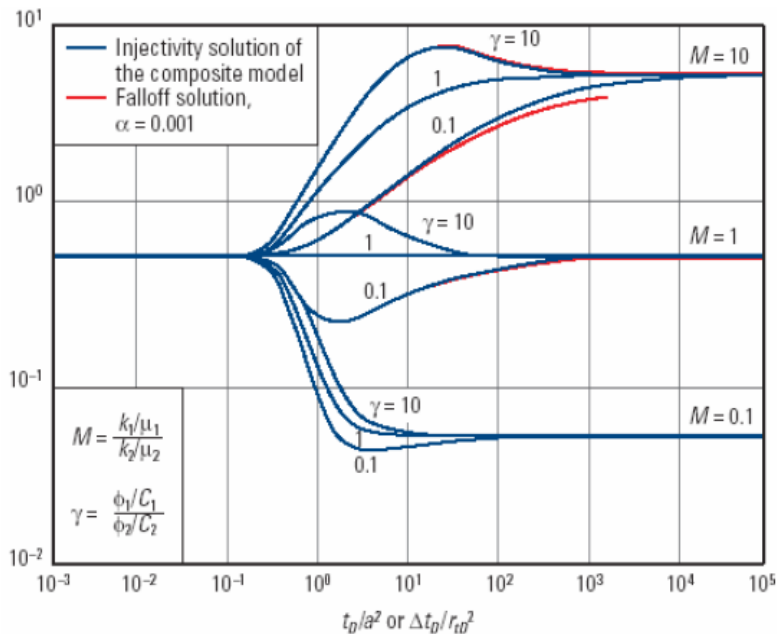


Рис. 44. Диагностический график, радиально-композитная модель.

Вопросы и задания

1. По какому признаку диагностируется истощаемый пласт.
2. Признак наличия экрана.
3. Вид диагностического графика при наличии параллельных границ.
4. Характерный признак трещиновато-пористого коллектора на билогарифмическом графике.
5. Признак истощаемого пласта на диагностическом графике. Режим, на котором он проявляется.

Информационные источники

Основная литература

1. Куштанова Г.Г. Подземная гидромеханика. (уч.- метод. пособие) [электронный ресурс] / Г.Г. Куштанова, М.Н.Овчинников.– Казань: Изд-во Казан.(Приволж.) федер. ун-та, 2010, 67 с.

http://www.kpfu.ru/docs/F1070764481/ovchin_kushtan_podzemn_gidromekhanika.pdf

2. Карнаухов М.Л. Современные методы гидродинамических исследований скважин : справочник инженера по исследованию скважин : уч. пос. для студ. высших учебных заведений/ М. Л. Карнаухов, Е. М. Пьянкова.— Москва : Инфра-Инженерия, 2013 .— 432с
3. Мазо А.Б. Гидродинамика : учебное пособие для студентов нематематических факультетов / А. Б. Мазо, К. А. Поташев; Казан. (Приволж.) федер. ун-т.— Изд. 2-е .— Казань : Казанский университет, 2013 .— 124 с. URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-772753.pdf>

Дополнительная литература

4. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах/ Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. —М.: Недра, 1984. – 201 с.
5. Басниев К.С.. Подземная гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Р.Д.Каневская, В.М. Максимов. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 496 с.
6. Басниев К.С.. Нефтегазовая гидромеханика/ К.С. Басниев, Н.М. Дмитриев, Г.Д. Розенберг. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005.-544 с.
7. Голф-Рахт, Т.Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. – М.: Недра, 1986. – 608 с.
8. Деева Т.А. Гидродинамические исследования скважин: анализ и интерпретация данных / Деева Т.А., Камартдинов М.Р., Кулагина Т.Е., Мангазеев П.В. - Томск, 2009.- 243с
9. Мангазеев П.В. Гидродинамические исследования эксплуатационных и нагнетательных скважин / Мангазеев П.В., Панков М.В., Кулагина Т.Е., Камартдинов М.Р. - Томск, 2003.-388с.
10. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде.— Москва-

- Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 628 с.
11. Молокович Ю.М., Пьезометрия окрестности скважин. Теоретические основы / Ю.М Молокович., А.И. Марков,,Г.Г. Куштанова. А.А. Давлетшин. – Казань: изд-во «ДАС», 2000. –203 с.
12. Хасанов М.М. Нелинейные и неравновесные эффекты в реологически сложных средах/М.М. Хасанов, Г.Т.Булгакова Г.Т.- Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003 г.-288 с
13. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика/ И.А. Чарный. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – 436 с.
14. Щелкачев В.Н. Избранные труды/В.Н. Щелкачев.-М.: Недра, 1990. – т.1
15. Эрларгер Р. Гидродинамические исследования скважин /Р. Эрларгер.- М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 467 с.
16. Bourdet D. Well test analysis: the use of advanced interpretation models/D. Bourdet.- Elsevier, 2002.-426 p.

Интернет-ресурсы

17. Houze O. Dynamic Flow Analysis /Olivier Houze, Didier Viturat, Ole S. Fjaere.-KAPPA, 2012.// <http://www.kappaeng.com/default.aspx>

Глоссарий

Водонасыщенность – доля объема активных пор среды, занятая водой.

Депрессия – разность давлений на контуре питания и на забое скважины.

Вязкость (внутреннее трение)— одно из явлений переноса, свойство текучих тел (жидкостей и газов) оказывать сопротивление перемещению одной их части относительно другой.

Гидроразрыв пласта (ГРП) — один из методов интенсификации работы нефтяных и газовых скважин и увеличения приёмистости нагнетательных скважин. Метод заключается в создании высокопроводимой трещины в

целевом пласте для обеспечения притока добываемого флюида к забою скважины.

Гипотеза сплошности, согласно которой изучаемые объекты считаются заполняющими всю область непрерывным образом.

Горное давление - давление оказываемое массой горных пород, расположенных над кровлей пласта

$$P_{\text{горн}} = (1 - m)\sigma + mp, \quad \sigma_{\text{эф}} = (1 - m)(1 - p), \quad P_{\text{горн}} = \sigma_{\text{эф}} + p.$$

Деформация (от лат. *deformatio* — «искажение») — изменение взаимного положения частиц тела, связанное с их перемещением относительно друг друга. Деформация представляет собой результат изменения межатомных расстояний и перегруппировки блоков атомов.

Дисперсная система — это система, образованная из двух или более фаз (тел), которые совершенно или практически не смешиваются и не реагируют друг с другом химически..

Индикаторная диаграмма отображает зависимость дебита жидкости или газа от величины депрессии. При линейном законе фильтрации однородной жидкости в пористой среде эта зависимость будет прямой, как это следует из формулы Дюпюи.

Интегральная показательная функция $-Ei(-\frac{r^2}{4\kappa t}) = \int_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty} \frac{\exp(-u)}{u} du$

Для малых u $-Ei(-u) = \ln(\frac{1}{u}) - 0.5772$

Интерференция скважин (поскольку дифференциальное уравнение является линейным, то к его решению приложим **принцип суперпозиции**): при совместной работе нескольких скважин, изменение давления, вызванное их совместной работой рассчитывается как сумма изменений, вызванных работой каждой из них отдельно.

$w = \frac{k}{\mu} \text{grad } p$ - закон Дарси

Верхняя граница применимости **закона Дарси** определяется группой причин, связанных с проявлением инерционных сил при высоких скоростях фильтрации.

Нижняя граница применимости **закона Дарси** определяется проявлением неньютоновских реологических свойств жидкости, ее взаимодействием со скелетом пористой среды при малых скоростях фильтрации.

Закон Ф.Форхгеймера

$$\text{grad } p = -\frac{\mu}{k} \vec{w} - \beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} w \vec{w}, \beta - \text{константа пористой среды, определяемая}$$

Коэффициент продуктивности скважины по нефти - это ее дебит нефти, поделенный на разность пластового и забойного давлений, то есть на величину депрессии, производимой по разрабатываемым нефтяным пластам.

k – **коэффициент проницаемости**, который не зависит от свойств жидкости и является динамической характеристикой только пористой среды. Коэффициент проницаемости имеет размерность площади и характеризует скорость потока через единицу площади сечения, перпендикулярного к потоку, под действием единичного градиента напора.

Коэффициент пьезопроводности $\kappa = \frac{k}{\mu\beta^*}$ пласта характеризует скорость

перераспределения пластового давления при неустановившейся фильтрации упругой жидкости в упругой пористой среде.

Коэффициент сжимаемости жидкости

$$\beta_{\text{ж}} = -\frac{1}{V_{\text{ж}}} \frac{dV_{\text{ж}}}{dp}$$

Уравнение состояния упругой слабосжимаемой жидкости при небольших перепадах давления обычно используют в виде

$$\rho = \rho_0 [1 + \beta_{\text{ж}} (p - p_0)],$$

где $\beta_{\text{ж}}$ – коэффициент сжимаемости жидкости.

По данным В.Н. Щелкачева [4] для нефтей отечественных месторождений коэффициент сжимаемости лежит в диапазоне $(7-30) \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, пластовых вод $(2.7-5) \cdot 10^{-10} \cdot \text{Па}^{-1}$.

Коэффициент упругости скелета $\beta_c = -\frac{1}{V} \frac{dV_n}{dp}$. Для зернистых пористых сред коэффициент составляет $(0.3-2) \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

Коэффициент упругоёмкости пласта численно равен изменению упругого запаса жидкости в единице объема пласта при изменении давления на единицу $\beta^* = m\beta_{\text{ж}} + \beta_c$.

Кривая восстановления давления - это зависимость изменения в скважине забойного давления от времени после ее остановки (прекращения отбора жидкости).

Описание физических процессов называют **макроскопическим**, когда при определении физических характеристик вводят эффективные (фиктивные) величины, которые «размазывают» по всему объему непрерывным образом.

Напряжение - это сила деленная на площадь поверхности, на которую она действует. Когда сила направлена по касательной, возникает касательное напряжение (Н/м^2).

Если скважина с открытым забоем вскрывает пласт не на всю толщину, то ее называют гидродинамически **несовершенной по степени вскрытия пласта**.

Если скважина вскрывает пласт до подошвы, но сообщение с пластом происходит только через специальные отверстия в обсадной колонне или через специальные фильтры, то ее называют гидродинамически **несовершенной по характеру вскрытия пласта**.

Нефтеотдача (коэффициент извлечения нефти — КИН) — отношение величины извлекаемых запасов к величине геологических запасов.

В процессе добычи ведется учет *текущего КИН*, который равен доле добытой на определенный момент нефти относительно геологических запасов

Основная формула теории упругого режима фильтрации

$$p(r,t) = p_k - \frac{Q_0 \mu}{4\pi k h} \left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \right].$$

Пористостью однородного пустотного пространства - отношение объема пустот образца пористой среды ко всему объему образца $m = V_{II}/V$.

Обычно различают полную и эффективную пористости. При определении последней учитываются лишь соединенные между собой поры, которые могут быть заполнены жидкостью извне.

Призабойная зона — участок пласта, примыкающий к стволу скважины, в пределах которого изменяются фильтрационные характеристики продуктивного пласта в период строительства, эксплуатации или ремонта скважины.

Реология (от греч. *rhéos* — течение, поток и... логия), наука о деформациях и текучести вещества. Р. рассматривает процессы, связанные с необратимыми остаточными деформациями и течением разнообразных вязких и пластических материалов (неньютоновских жидкостей, дисперсных систем и др.), а также явления релаксации напряжений, упругого последствия и т.д.

Скин эффект – безразмерный параметр s , определяющий дополнительное фильтрационное сопротивление, вызывающее падение давления в призабойной

$$\text{зоне } p - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r}{r_c} + s \right) \text{ ю}$$

Скорость фильтрации

$$w = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\rho \Delta\omega}$$

Подчеркнем, что массовый расход в определении делится на полную площадь $\Delta\omega$, а не на ее часть, занятую порами. Поэтому, очевидно, что скорость фильтрации не является действительной средней скоростью движения в живом сечении фильтрационного потока.

Суспензия, или **взвесь** (лат. *suspensio*, буквально — подвешивание, от лат. *suspendo* — подвешиваю) — смесь веществ, где твёрдое вещество распределено

в виде мельчайших частичек в жидком веществе во взвешенном (неосевшем) состоянии^{[1][2]}.

Упругий запас ΔV_3 - это количество жидкости, высвобождающейся в процессе отбора из некоторой области пласта при снижении пластового давления до заданной величины, если высвобождение происходит за счет объёмного расширения жидкости и уменьшения порового пространства пласта.

$$\Delta V_3 = \beta_{\text{ж}} V_{0\text{ж}} \Delta p + \beta_{\text{с}} V_0 \Delta p = \beta^* V_0 \Delta p, ,$$

где $V_{0\text{ж}}$ - объём жидкости, насыщающей элемент объёма пласта V_0 при начальном давлении p_0 ; Δp - изменение давления;

Фаза – это часть системы, которая является гомогенной и отделена от других фаз отчетливыми границами. Приму – смесь воды, нефти и газа в пласте.

Вводятся **эффективные (фиктивные) величины**, которые «размазываются» по всему объёму непрерывным образом. Такое эффективное описание физических процессов называется макроскопическим.

Формула Дюпюи $Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}$ - выражение для дебита несжимаемой

жидкости из недеформируемого пласта на установившемся режиме.

Функция P называется **функцией Лейбензона** $grad P = \rho grad p$. Для жидкости

$P = \rho_0 p$. Для реального газа $P = \frac{p^2}{2zRT}$.

Log-цикл – расстояние между отметками на оси, по которой отложен десятичный логарифм времени.

Вопросы к зачету:

1. Математическая модель плоскорадиальной фильтрации несжимаемой жидкости.
2. Что из себя представляет математическая модель физического процесса. Какие уравнения входят в математическую модель?
3. Закон Дарси в дифференциальной форме.

4. Причины нарушения закона Дарси и пределы его применимости. Анализ и интерпретация экспериментальных данных.
5. Каков физический смысл уравнения неразрывности?
6. Функция Лейбензона и ее назначение.
7. Формула Дюпюи.
8. Индикаторная диаграмма для нефтяной скважины.
9. Индикаторная диаграмма для газовой скважины.
10. Коэффициент продуктивности скважины.
11. Потенциальная продуктивность скважины.
12. Математическая модель плоскорадиальной фильтрации упругой жидкости в упругом пласте.
13. Плоско-радиальный поток в неоднородных пластах. Средняя проницаемость слоистого пласта.
14. Плоско-радиальный поток в неоднородных пластах. Средняя проницаемость зонально неоднородного пласта.
15. Виды несовершенства скважин. Скин-эффект.
16. Причины появления скин-фактора.
17. О чем свидетельствует величина скин-фактора?
18. Выражение для дебита скважины при наличии скин-фактора.
19. Приведенный радиус скважины.
20. Основная формула упругого режима.
21. Метод суперпозиции.
22. Радиус исследования.
23. Упругий запас жидкости.
24. Нефтеотдача за счет упругих свойств среды.
25. Неньютоновские жидкости.
26. Предельный градиент давления.
27. Гидропроводность пласта.
28. Пьезопроводность пласта.
29. Относительные фазовые проницаемости. Графический вид кривых.

30. Выражение для скорости фильтрации при двухфазной фильтрации.
31. Модель Бакли-Лeverетта.
32. Функция Леверетта $F(S)$. Физический смысл функции.
33. Движение жидкости в трещиновато-пористых средах.
34. Определение параметров пласта по данным исследований на неустановившемся режиме методами МДХ и Хорнера.
35. Типичные режимы фильтрационных потоков.
36. Логарифмическая производная давления.
37. Характеристические графики различных течений.
38. Влияние границ области: закрытый истощаемый пласт, постоянного давления, одиночный разлом, два параллельных разлома.
39. Гидростатическое распределение давления в стволе скважины
40. Какой метод обработки КВД необходимо использовать, если время эксплуатации скважины соизмеримо времени регистрации КВД?
41. В каких координатах производится обработка КВД по методу Хорнера.
42. Как изменяется форма КВД при наличии послепритока?
43. Каков характерный вид КВД трещиновато-пористого пласта.
44. Какой вид имеет период влияния ствола скважины на билогарифмическом диагностическом графике в координатах.
45. Какой определяется режим линейного фильтрационного потока по билогарифмическому диагностическому графику.
46. Какой определяется режим радиального фильтрационного потока по билогарифмическому диагностическому графику.
47. В каких координатах строится характеристический график линейного режима.
48. В каких координатах строится характеристический график радиального режима.
49. В каких координатах строится характеристический график сферического режима.
50. Поведение давления на псевдостационарном режиме в замкнутом пласте.

51. Поведение давления на псевдостационарном режиме в водонапорном пласте.
52. Поведение давления и логарифмической производной при наличии непроводящего экрана.
53. Последовательность режимов течения в частично вскрытой скважине.
54. Последовательность режимов течения в горизонтальной скважине.
55. Последовательность режимов течения для скважины в канале.
56. Последовательность режимов течения для скважины рядом с непроницаемой границей.
57. Характерные признаки трещиновато-пористого пласта на диагностическом графике.
58. Характерные признаки пласта с двойной проницаемостью на диагностическом графике.
59. Характерные признаки нагнетательной скважины на диагностическом графике.

Примеры решения задач

Задача 1. Построить индикаторную диаграмму и определить коэффициенты продуктивности и проницаемости пласта по данным исследования скважины при установившихся режимах.

Исходные данные:

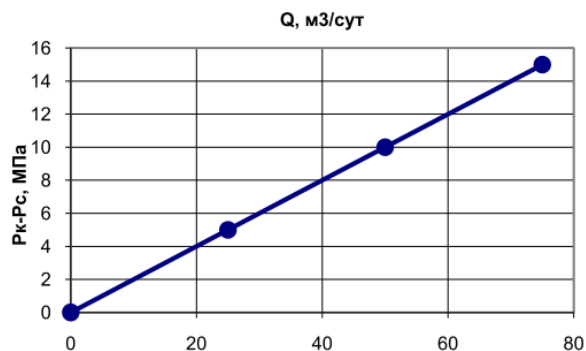
Радиус контура питания 700 м, радиус скважины 10 см, эффективная нефтенасыщенная толщина пласта 15 м, динамическая вязкость нефти 5 мПа·с.

Результаты исследований на трех режимах:

1 режим		2 режим		3 режим	
Q, м ³ /сут	ΔP, МПа	Q, м ³ /сут	ΔP, МПа	Q, м ³ /сут	ΔP, МПа

25	5	50	10	75	15
----	---	----	----	----	----

Индикаторная диаграмма



Индикаторная диаграмма имеет вид прямой линии, выходящей из начала координат, следовательно фильтрация происходит по линейному закону.

Коэффициент продуктивности:

$$K_{\text{прод}} = \frac{Q}{\Delta P} = \frac{50}{10} = 5 \frac{\text{м}^3}{\text{сут} * \text{МПа}} = 5.58 \frac{\text{м}^3}{\text{с} * \text{Па}}$$

Коэффициент проницаемости

$$k = \frac{K_{\text{прод}} \mu * \ln\left(\frac{R_K}{r_c}\right)}{2\pi h} = \frac{5.58 * 10^{-11} * 5 * 10^{-3} \ln\left(\frac{700}{0.1}\right)}{2 * 3.14 * 15} = 2.72 * 10^{-14} \text{м}^2$$

$$= 0.0272 \text{мкм}^2$$

Задача 2.

Определить скорость фильтрации и среднюю скорость движения нефти у стенки гидродинамически совершенной скважины и на расстоянии $r = 75$ м, если известно, что мощность пласта $h = 10$ м, коэффициент пористости $m = 12\%$, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, массовый дебит скважины $Q_m = 50$ т/сут и плотность нефти $\rho = 850$ кг/м³.

$$w = \frac{Q}{2\pi r h} = \frac{50}{24 * 3600 * 2 * 0.85 * 3.14 * 0.1 * 10} = 0.00011 \text{м/с}$$

$$w = \frac{Q}{2\pi r h} = \frac{50}{24 * 3600 * 2 * 0.85 * 3.14 * 75 * 10} = 1.4510^{-7} \text{м/с}$$

$$v = \frac{Q}{2\pi r h m} = \frac{50}{24 * 3600 * 2 * 0.85 * 3.14 * 0.1 * 10 * 0.12} = 0.00092 \text{м/с}$$

Задача 3.

Определить дебит нефтяной скважины (т/сут) при установившемся плоско-радиальной движении однородной несжимаемой жидкости по закону Дарси. Радиус контура питания 10 км, толщина пласта 15 м, проницаемость 0.5 д, давление на забое скважины $p_c=7.35$ МПа, давление на контуре $p_k=9.8$ МПа, динамический коэффициент вязкости 6 мПа*с, диаметр скважины 24.8 см, плотность жидкости 850 кг/м³.

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{6.28 * 0.5 * 10^{-12} \text{ м}^2 * 15 \text{ м} * 1.45 * 10^6 \text{ Па}}{6 * 10^{-3} \text{ Па} * \text{с} * 10.6} = 1.074 * 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с} =$$
$$= 92.8 \text{ м}^3 / \text{сут}$$

$$Q = \rho * Q_{\text{объемн}} = 0.85 * 92.8 = 78.8 \text{ т} / \text{сут}$$